doi:10.13582/j.cnki.1672-7835.2019.03.004

不用联结词的“舍…取…”型自然推演系统①

杜国平
(中国社会科学院 哲学研究所,北京 100732)

摘 要:“不…而…”(“舍…取…”)是汉语常用的一个二元联结词,在形式语言中可以不用联结词,直接使用括号来表达“不…而…”(“舍…取…”)的语法功能。在括号表示法的形式语言中,“( )”有既有结构性功能,也有联结词功能,还有量词功能。基于纯粹的括号表示法,建立了以“舍…取…”作为初始联结词的命题逻辑自然推理系统 Z_1 和一阶自然推理系统 QZ_1,它们与通常的命题逻辑系统和一阶系统等价,具有可靠性和完全性。

关键词:“舍…取…”型联结词;括号表示法;量词;自然推理系统
中图分类号:B81 **文献标志码**:A **文章编号**:1672-7835(2019)03-0021-04

卢卡西维茨(Jan Łukasiewicz)创立了不用括号的波兰表示法,使用前置法使得联结词兼具括号的结构功能;①我国逻辑学家张清宇先生创立了不用联结词而只使用括号的逻辑系统,使得括号也兼具联结词的功能。② 两种表示法相互辉映,从各自角度分别彰显了联结词和括号强大的表达功能。

本文拟借鉴张清宇先生的研究成果,并在相关研究成果的基础上,基于汉语二元联结词“舍…取…”,建立一种新的不用联结词而只使用括号的命题逻辑自然推演系统。

一 汉语二元联结词“舍…取…”

汉语自然语言中,二元联结词除了常见的“p 并且 q”“p 或者 q”“若 p 则 q”“只有 p 才 q”等之外,还有一些联结词虽不常见,但也有比较固定的使用,如“不…而…”型联结词。这在古代汉语中比较常见,如不劳而获、不辞而别、不教而诛、不欢而散、不言而喻、不胫而走、不翼而飞、不寒而栗、不期而遇、不令而信、不宣而战、不耕而食、不织而衣、不令而行、不药而愈、不约而同、不谋而合、不打自招和不攻自破等;在现代汉语中,比较常见的如“尽管没有刮大风,但是还是刮风了”“尽管没有考上研究生,但是还是享受了拼搏的过程”等等。还有一个经典的例子是:

> 鱼,我所欲也;熊掌,亦我所欲也。二者不可得兼,舍鱼而取熊掌者也。生,亦我所欲也;义,亦我所欲也。二者不可得兼,舍生而取义者也。③

其中的“舍…而取…”如果剔除其道义、伦理等方面的非逻辑意义,而仅仅从逻辑联结词的角度来考虑的话,它表达的也是“不…而…”句式关系。

不难看出,从逻辑上看,“不 p 而 q”句子只在“p 假 q 真”的情况下才是真的。如果用符号“(AB)”来表示“不 A,而 B”,则其逻辑涵义可使用真值表来表示如下:

① **收稿日期**:2019-01-20
基金项目:国家社会科学基金重点项目(13AZX019),国家社会科学基金重大招标项目(14ZDB014)
作者简介:杜国平(1965—),男,江苏盱眙人,博士,二级教授,博士生导师,主要从事应用逻辑与逻辑应用研究。

①(波兰)卢卡西维茨:《亚里士多德的三段论》,李真、李先焜译,商务印书馆 1981 年版,第 97—100 页。
②张清宇:《不用联结词的经典命题逻辑系统》,《哲学研究》1995 年第 5 期。
③《孟子·告子上》。

A	B	(AB)
1	1	0
1	0	0
0	1	1
0	0	0

为了方便,我们称满足上述真值函数关系的汉语二元联结词为“舍…取…”型二元命题联结词。

显然,单独的二元联结词“(AB)”其表达功能是不完全的,它不能表达所有的真值函数,因为当其中的变元均取值0时,不论运用二元联结词“(AB)”如何组合,其表达式的值均为0。

不难看出,“$(A\wedge B)$”等值于“$((\neg A)B)$”,而联结词集合{¬,∧}的表达功能是完全的,因此联结词集合{¬,()}的表达功能也是完全的。对于命题常项“T”,因为“(AT)”等值于“$(\neg A)$”,所以联结词集合{T,( )}的表达功能也是完全的。

二　形式语言及直观语义

形式语言 $\mathscr{L}(P)$ 包括如下几类符号:

(1)命题变元:p_1, p_2, p_3, …;

(2) 左右括号:(,)。

通常以 p,q,r 等表示任一命题变元。

定义1　$\mathscr{L}(P)$ 的公式当且仅当是按照如下规则形成的:

1)每个单独的命题变元是公式;

2)单独的一对括号“()”是公式;

3)如果 A,B 是公式,那么 (AB) 是公式。

通常用字母 A,B,C 等表示任一 $\mathscr{L}(P)$ 的公式;用 Σ,Γ,Δ 等表示任一公式集合。

通常的联结词可以定义如下:

$\neg A =def\ (A())$;

$A\to B =def\ (((A())(B()))())$。

其直观语义:对于任一真值赋值 v,$v(())=1$,即“()”是0元真值常函数;$v((AB))=1$ 当且仅当 $v(A)=0$ 且 $v(B)=1$。

由此,根据定义不难得出:任一真值赋值 v,$v(\neg A)=1$,当且仅当 $v(A)=0$;$v(A\to B)=0$ 当且仅当 $v(A)=1$ 且 $v(B)=0$。

仅仅从语形上看,形式语言 $\mathscr{L}(P)$ 包括括号而未使用联结词,因之以下建立的系统亦可称之为不用联结词的括号表示法逻辑系统。

三　自然推演系统

基于“舍生取义”型二元命题联结词括号表示法的自然推演系统 Z_1 包括如下7条推理规则:

规则1　$A\vdash A$。简记为(Ref)。

规则2　如果 $\Sigma\vdash A$,那么 $\Sigma,\Delta\vdash A$。简记为(+)。

规则3　如果对于 Δ 中的任一公式 A,均有 $\Sigma\vdash A$,并且 $\Delta\vdash B$,那么 $\Sigma\vdash B$。简记为Tran。

规则4　如果 $\Sigma,(A())\vdash B$,并且 $\Sigma,(A())\vdash(B())$,那么 $\Sigma\vdash A$。简记为$()_-$。

规则5　如果 $\Sigma\vdash(A())$,并且 $\Sigma\vdash B$,那么 $\Sigma\vdash(AB)$。简记为$()_+$。

规则6　如果 $\Sigma\vdash(AB)$,那么 $\Sigma\vdash(A())$。简记为$()_{l-}$。

规则7　如果 $\Sigma\vdash(AB)$,那么 $\Sigma\vdash B$。简记为$()_{r-}$。

定义2　公式 A 在命题逻辑系统 Z_1 中由公式集 Σ 形式可推演,符号记为 $\Sigma\vdash A$,当且仅当 $\Sigma\vdash A$ 能由有限次使用上述7条推理规则生成。

引理1　如果 $A\in\Sigma$,那么 $\Sigma\vdash A$。

利用规则1和规则2容易证明该引理。

定理1　如果 $\Sigma\vdash((A())())$,那么 $\Sigma\vdash A$。

1.	$\Sigma\vdash((A())())$	已知前提
2.	$\Sigma,(A())\vdash(A())$	引理1
3.	$\Sigma,(A())\vdash((A())())$	1,规则2(+)
4.	$\Sigma\vdash A$	2、3,规则4$()_-$

根据定义,此定理亦可简记为:如果 $\Sigma\vdash\neg\neg A$,那么 $\Sigma\vdash A$。此即为双否消去定理。

定理2　如果 $\Sigma,A\vdash B$,并且 $\Sigma,A\vdash(B())$,那么 $\Sigma\vdash(A())$。

1.	$\Sigma,A\vdash B$	已知前提
2.	$\Sigma,A\vdash(B())$	已知前提
3.	$\Sigma,((A())())\vdash((A())())$	引理1
4.	$\Sigma,((A())())\vdash A$	3,定理1
5.	$\Sigma,((A())())\vdash B$	1、4,规则3$Tran$
6.	$\Sigma,((A())())\vdash(B())$	2、4,规则3$Tran$
7.	$\Sigma\vdash(A())$	5、6,规则4$()_-$

根据定义,此定理亦可简记为:如果 $\Sigma,A\vdash$

B,并且 $\Sigma, A \vdash \neg B$,那么 $\Sigma \vdash \neg A$。此即为归谬律。

定理3 [1] 如果 $\Sigma, A \vdash B$,那么 $\Sigma, (B()) \vdash (A())$;

[2]如果 $\Sigma, (A()) \vdash B$,那么 $\Sigma, (B()) \vdash A$;

[3]如果 $\Sigma, A \vdash (B())$,那么 $\Sigma, B \vdash (A())$;

[4]如果 $\Sigma, (A()) \vdash (B())$,那么 $\Sigma, B \vdash A$。

选证其一之[4],其他可类似证明。

1.$\Sigma, (A()) \vdash (B())$ 已知前提

2.$\Sigma, B, (A()) \vdash B$ 引理1

3.$\Sigma, B, (A()) \vdash (B())$ 1,规则2(+)

4.$\Sigma, B \vdash A$ 2、3,规则4$()_-$

根据定义,此定理亦可简记:如果 $\Sigma, A \vdash B$,那么 $\Sigma, \neg B \vdash \neg A$,等等。此即为假言易位定理。

定理4 如果 $\Sigma, A \vdash B$,那么 $\Sigma \vdash (((A())(B()))())$。

1.$\Sigma, A \vdash B$ 已知前提

2.$\Sigma, (B()) \vdash (A())$1, 定理3

3.$\Sigma, ((A())(B())) \vdash ((A())(B()))$ 引理1

4.$\Sigma, ((A())(B())) \vdash ((A())())$ 3,规则6$()_{l-}$

5.$\Sigma, ((A())(B())) \vdash (B())$ 3,规则7$()_{r-}$

6.$\Sigma, ((A())(B())) \vdash (A())$ 2、5,规则3Tran

7.$\Sigma \vdash (((A())(B()))())$ 4、6,定理2

根据定义,此定理亦可简记:如果 $\Sigma, A \vdash B$,那么 $\Sigma \vdash A \to B$。此即为蕴涵引入定理。

定理5 如果 $\Sigma \vdash (((A())(B()))())$,并且 $\Sigma \vdash A$,那么 $\Sigma \vdash B$。

1.$\Sigma \vdash (((A())(B()))())$ 已知前提

2.$\Sigma \vdash A$ 已知前提

3.$\Sigma, (A()) \vdash (A())$ 引理1

4.$\Sigma, (A()) \vdash A$ 2,规则2(+)

5.$\Sigma \vdash ((A())())$ 3、4,定理2

6.$\Sigma, (B()) \vdash (B())$ 引理1

7.$\Sigma, (B()) \vdash ((A())())$ 5,规则2(+)

8.$\Sigma, (B()) \vdash ((A())(B()))$ 6、7,规则5$()_+$

9.$\Sigma, (B()) \vdash (((A())(B()))())$ 1,规则2(+)

10.$\Sigma \vdash B$ 8、9,规则4$()_-$

根据定义,此定理亦可简记为:如果 $\Sigma \vdash A \to B$,并且 $\Sigma \vdash A$,那么 $\Sigma \vdash B$。此即为蕴涵消去定理。

四 余论

对照经典命题逻辑自然推演系统①,不难发现,上述自然推演系统 Z_1 和经典命题逻辑自然推演系统是等价的。因此,自然推演系统 Z_1 具有可靠性和完全性。

自然推演系统 Z_1 还有如下一些常见的定理:

$A \dashv\vdash ((A())())$

$(A(BC)) \dashv\vdash (B(AC))$

$((AB)()) \dashv\vdash (((B())(A()))())$

$(AB) \dashv\vdash ((B())(A()))$

$(((()A)B) \dashv\vdash ((()B)A)$

其中的“$\dashv\vdash$”表示左右两边的公式可以相互推演。

在自然推演系统 Z_1 中,不再有作为0元联结词的命题常项“T”(“t”),这是一个比一阶系统 QQY 更纯粹的括号表示法自然推理系统。

在 Z_1 中增加如下两条推理规则,可以建立不用联结词的一阶自然推理系统 QZ_1。

规则8 如果 $\Sigma \vdash (x)A(x)$,那么 $\Sigma \vdash A(t)$。其中的 $A(t)$ 是将 $A(x)$ 中的 x 均替换为 t 而得。简记为$(x)_-$。

规则9 如果 $\Sigma \vdash A(u)$,其中的自由变元 u 不在 Σ 中出现,那么 $\Sigma \vdash (x)A(x)$。简记为$(x)_+$。

其基本语义:给定一个模型 $\mathscr{U}=(D, I)$ 和 $\mathscr{U}$ 中的一个指派 α,$(x)A(x)^{I,\alpha}=1$ 当且仅当,对 α 的任一 x-变异 β,$(A(u))^{I,\beta}=1$。

容易证明,一阶自然推理系统 QZ_1 与通常的一阶逻辑自然推理系统相互等价。② 因此,QZ_1 具有可靠性和完全性。

在上述系统中,括号“( )”有既有的结构性功能,如“$A(u)$”中的括号;也有联结词功能,如0元联结词“( )”、二元联结词“(AB)”中的括号;

①杜国平:《经典逻辑与非经典逻辑基础》,高等教育出版社2006年版,第29—41页。

②杜国平:《经典逻辑与非经典逻辑基础》,高等教育出版社2006年版,第98—105页。

还有量词功能,如“(x)”中的括号。并且这不会发生混淆,不会造成歧义,例如“$A(u)$”中的括号和“(x)”中的括号,若括号中的字母是自由变元,则括号发挥的是结构性功能;若括号中的字母是约束变元,则括号发挥的是量词功能。在形式语言 $\mathscr{L}(P)$ 中,不含任何的联结词,因此,这是一个充分发挥括号功能的纯粹的括号表示法系统。

A“not…but…”-Type Natural Deduction System Without Connectives

DU Guo-ping

(Institute of Philosophy, Chinese Academy of Social Sciences, Beijing 100732, China)

Abstract: The expression “not…but…” is a binary connective commonly used in Chinese. In formal language, there is no need to use connectives but directly express the grammatical function of “not…but…” using parentheses. In the formal language of parenthesis notation, “( )” functions as a structure, connective and quantifier. Based on the pure parenthesis notation, the natural inference system Z_1 of propositional logic and the first-order natural inference system QZ_1 which take “not…but…” as the initial connective are equivalent with the reliability and completeness of the usual propositional logic system and the first-order system.

Key words: “not…but…”-type connectives; parenthesis notation; quantifier; natural deduction system

(责任校对　刘兰霞)