第25卷 第6期 湖南科技大学学报(社会科学版) Vol.25 No.6
2022年11月 Journal of Hunan University of Science and Technology(Social Science Edition) Nov. 2022

doi:10.13582/j.cnki.1672-7835.2022.06.005

论作为证据逻辑的核证逻辑

党学哲
(北京大学 哲学系,北京 100871)

摘　要:哲学逻辑的蓬勃发展显示出现代逻辑在分析和澄清哲学问题方面的巨大优势,其中一个表现便是认知逻辑与知识论的结合成为研究热点。证据是哲学知识论领域极为重要的概念,相关研究已经颇为丰富,然而对它的逻辑学考察则相对较晚。在为数不多的几个证据逻辑中,核证逻辑具有独特的语言特点和系统性质,在分析哲学问题时显示出以往认知逻辑所不具有的优势。对核证逻辑的发展历史、哲学背景和技术方法进行探讨,有助于理解它为何能被视为证据逻辑。

关键词:证据;核证逻辑;证据逻辑

中图分类号:B815　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1672-7835(2022)06-0029-10

证据是日常语言、经验科学以及哲学领域广为使用和讨论的概念。前两个领域中的证据基本上可以分为事件、现象以及物理对象,如“张三周日在北京”是“张三周日不在上海”的证据;“霜冻现象”是“空气温度骤降”的证据;“路上的脚印”是“这条路曾有人走过”的证据。证据也是哲学中的重要概念,但哲学家对证据的讨论与日常语言以及经验科学中的讨论具有较大差别。哲学家对证据的讨论主要集中于知识论和科学哲学。哲学家对证据本质的理解是多样的,经验论者如罗素(B. Russell)将证据归为像色彩、声音、气味等能够通过知觉直接获得的感觉材料,奎因(W. V. Quine)将证据视为感官受到的刺激,并从此出发构建世界图像;逻辑经验主义者认为证据是用于检验事实知识的观察陈述,是一种指向特定内容(如感觉材料、物理定律或自然语言)的语言实体。威廉姆森(T. Williamson)则论证了证据都应该是命题,并且只有一个人所掌握的命题才能作为他的证据①。费尔德曼(R. Feldman)等认为所有证据都应该是主体相信的命题,并且个人的感觉和经验也应纳入证据的范畴②。可见,证据是哲学内外广为关注的概念,对证据进行研究具有重要意义。

不同领域对证据本质理解的差异,是由不同讨论场景所强调的证据特点的不同导致的。这启示我们为证据下一个统一的定义既是不可能的也是不必要的。在特定领域的研究中,只需关注证据在该领域的相关性质。从哲学逻辑的实践看,逻辑语言和公理系统是对哲学概念以及推理性质进行刻画的有力工具,能够帮助我们澄清很多语言造成的哲学问题。现代逻辑方法具有精确和明晰的优势,有助于我们将证据研究向前推进。事实上这一类研究已经成为当下形式知识论研究的重要组成部分。一般而言,逻辑的主要作用是对现有材料的组织、整理和澄清。证据的本质和来源是哲学和科学关注的重要问题,然而对于逻辑工作而言,逻辑学家首要关注的是对概念和推理的逻辑性质的刻画,其次是对哲学问题和理论的澄清。

一　证据的逻辑分析

逻辑关心有效推理,而推理离不开真值,因此

收稿日期:2022-08-12
基金项目:国家社会科学基金重点项目(21AZX013)
作者简介:党学哲(1992—),男,河南洛阳人,博士生,主要从事哲学逻辑研究。

①Williamson, T. *Knowledge and Its Limits*. Oxford: Oxford University Press, 2002, p.194.

②Conee, E., Feldman, R. *Evidentialism: Essays in Epistemology*. Oxford: Clarendon Press, 2004, p.2.

我们在研究证据概念时首先关注它与(命题)真值相关的推理性质,其次关注它与“相信”“知道”等认知态度的逻辑关系。这种关联是自然的,与“知识的定义”等知识论问题的讨论是直接相关的。

(一)证据的分类

我们根据是否明确指称证据,将自然语言中证据的用法分为显式和隐式两种。显式用法指“x 是 A 为真的证据”或“A 存在为真的证据 x”这样的句式。注意这里的证据是具有明确指向的(指向 A 为真)。自然语言中一般不使用“x 是证据”这样不具有明确证据指向的表达。隐式用法是形如“A 存在为真的证据”的语句。无论显式还是隐式用法,证据概念都表达了对某个命题为真的支持(以下简称为“证据关系”)。证据逻辑可以被定义为刻画这种证据关系的逻辑。自然语言中存在另外一些表达证据关系的概念,诸如原因、证明、核证(justification,又译“辩护”“证成”“证立”等)。某些语言场景下我们甚至将它们混用,因为它们都表达了对命题为真的支持,而刻画它们的逻辑都可以被视为证据逻辑。这些概念的区别仅是支持力度不同。例如谈到原因,比如“e 是 A 的原因”或“A 存在原因”,我们似乎假定已经存在结果 A 且为真;类似地,谈及数学证明,我们已经假定存在被证明了的命题,如“e 是 A 的数学证明”或“A 存在数学证明”。这两种情况下,原因和数学证明对命题为真的支持力度是决定性的,我们称它们为决定性证据;而证据和核证通常不是决定性的,如“天气预报预测北京明天下雨”是“北京明天下雨”的证据,但由于天气预报的概率属性,北京明天不一定会下雨。我们称这种证据为非决定性的。

对于一个命题 A,可能既存在支持 A 为真,也存在支持 A 为假(即支持$\neg A$ 为真)的证据,我们称这一对证据为矛盾证据(或冲突证据),例如“有研究表明喝葡萄酒能预防心血管疾病”和“研究表明葡萄酒中的酒精对人体有害”就是“喝葡萄酒对健康有益”的一对矛盾证据。如果一对矛盾证据都是决定性的,那么它们构成证据矛盾,因为根据它们能够得到一对矛盾的命题。

对证据关系的刻画存在两种思路,一种思路是将证据关系作为整体概念,规定它必须满足哪些符合直观的推理性质,因为证据总是指向特定命题,两者是一起被谈论的,与证据相关的推理实质上就是与证据关系相关的推理。例如我们可以直接规定 s 是 $A \to B$ 的证据,t 是 A 的证据,而无需考虑 s 和 t 究竟是什么,但需要额外规定存在证据 u 是 B 的证据,这符合证据推理的直观。另外,前面对证据的分类,如显式和隐式证据、决定性和非决定性证据、矛盾证据等都是在证据关系基础上定义的,并不需要对证据本质进行解释。另一种思路是将证据关系建立在证据概念之上,此时需要对证据的本质进行回答,例如,如果将证据 e 理解为它所支持的命题的集合,那么“e 是 A 的证据”就是说 $A \in e$。对于证据支持的力度,既可以用决定性或非决定性这样的定性描述,也可以有更为精确的刻画,例如将不同的力度解释到偏序关系或者概率。

证据与“相信”“知道”等认知态度存在自然联系。知识的定义问题是知识论中古老而重大的问题。所谓柏拉图经典知识定义包含三大要素:核证(justification)、真(truth)和信念(belief)。长期以来真和信念是认知逻辑的研究重点,而对核证的讨论较少。人们自然会联想到将刻画核证的证据逻辑与已经取得较为丰硕成果的认知逻辑进行结合,以更好地服务于知识论的研究。造成这种联系的另一个原因是技术层面的。哲学逻辑的实践表明克里普克语义(或关系语义)是分析哲学概念有力的工具,认知逻辑也很大程度上依赖这个语义。另外,有些逻辑在用克里普克语义刻画证据时会出于技术需要引入“知道”“相信”等认知态度。

(二)证据推理的一些直观原则

无论证据是显式还是隐式,证据关系应该对蕴含式封闭,即如果“s 是 $A \to B$ 的证据”且“t 是 A 的证据”,那么存在证据 u 满足“u 是 B 的证据”。例如,“历史经验”表明“如果俄乌爆发战争,那么欧洲可能会出现能源危机”,并且“有国际问题专家预测俄乌将爆发战争”,那么可以得到有证据支持“欧洲可能出现能源危机”。这一推理模式是符合直观的。它反映了人们对当前证据进行某种形式的组合而产生新的证据,而这种组合显然与现有证据所指向的命题间的推理是相关的。

如果“s 是 A 的证据”,那么增加证据后,s 对 A 的支持仍然存在,因此增加后的证据也支持 A。我们称这种推理模式为证据关系的单调性。如果

逻辑语言能够表达显式证据,那么它必须能够刻画证据关系的单调性。

如果“s 是 A 的证据”,那么 s 显然声明了 A 的证据的存在性,这类似于存在量词的引入规则。因此,如果有“s 是 A 的证据”,那么自然能得到“A 存在证据”。如果逻辑语言既能表达显式又能表达隐式证据,那么该逻辑必须能够刻画“显式证据关系能蕴含隐式证据关系”。

主体有“s 是 A 的证据”不一定能够得到他相信 A。知识论中的证据总是与主体的相信具有自然联系。证据关系的强弱影响着主体的信念,甚至在某种证据主义观点下,一个主体核证了的信念完全取决于他掌握的证据。当主体在某个状态下具有某个相关证据,那么他一定会相信吗? 我们认为是不一定的,需要根据证据的支持力度而定。有些证据,如数学证明(假设证明不存在缺陷)具有绝对的支持力,即对命题为真是决定性的,不可驳倒的,那么它自然能导致主体的相信,并且主体在获得这种证据后会剔除其他起相反支持作用的证据;某些非决定性的证据也可能导致相信。例如 17 世纪欧洲人发现欧洲天鹅都是白色的,从而相信所有天鹅都是白色的,但在澳大利亚发现黑天鹅后,欧洲人修正了这一观念。其他一些低概率的非决定性证据不一定能导致主体的相信。例如,众所周知,现阶段地震是非常难以预测的,那么根据现有技术给出的地震预测可能不会导致人们的相信。

从“主体相信 A”不一定能得到他有“A 为真”的证据。首先需要明确什么促成了主体的相信。主体的相信可能有不同的来源和依据,既可能来自理性推理,也可能来自个人经验或者它们的混合。以宗教信仰为例,信徒的相信可能并不来自理性推理,而来自宗教体验。甚至在科学研究等情境下,我们可能会先入为主地持有一些信念,而后寻找支持它们的证据或者解释。因此从主体的相信并不一定能得到主体具有相应的证据。

另外值得关注的是矛盾证据下的相信。众所周知,古典命题逻辑(CPL)中存在“爆炸原则”(the principle of explosion),即对任意公式 A,有 $\bot\to A$。但当一个主体对某个命题持有矛盾证据,显然这不会导致他对任何命题都持有证据,这是符合直观的。我们称这一性质为证据的次协调性。矛盾证据是普遍存在的,从“有研究表明喝葡萄酒能预防心血管疾病”和“研究表明葡萄酒中的酒精对人体有害”这对矛盾证据,我们当然不会得到对任何命题都持有证据。因此,无论显式还是隐式证据逻辑,都必须要体现这一直观。

证据关系具有超内涵性(hyperintensionality)。直观上,证据对命题的支持对于逻辑等价命题并不封闭:如果 $\varphi\leftrightarrow\psi$ 是内定理,那么“e 是 φ 的证据”(或“φ 有证据”)并不能得到“e 是 ψ 的证据”(或“ψ 有证据”)。例如“1+1=2”和“费马大定理”虽然都为真(因而逻辑等价),但前者的证明显然不是后者的证明(类似地,也不能从前者存在证明得到后者也存在证明)。

这些直观原则中有些是特定语言结构才能表达的,有些则基于特定哲学立场。对逻辑系统要求如此强大的表达力是不现实的,也不是必须的。逻辑系统都是为特定目的而设计的,只要能对特定问题进行有效刻画,不必完全反映上述直观。但证据关系对蕴含式封闭是任何证据逻辑都必须遵循的。与认知态度结合的证据逻辑则必须遵循上述对信念与证据关系的直观。

二 证据逻辑简述

目前已有的证据逻辑研究多为国外成果,其中影响较大的有范本特姆(J. Van Benthem)等提出的明确以证据冠之的一般证据逻辑①②(general evidence logic,记作 Log),阿提莫夫(S. Artemov)提出的核证逻辑③(justification logic,记作 JL),以及卡涅利(W. Carnielli)等提出的基本证据逻辑④(the basic logic of evidence,记作 BLE)。

(一)一般证据逻辑

一般证据逻辑对证据以及证据关系的刻画依

①Van Benthem, J., Pacuit, E. “Dynamic Logics of Evidence-based Beliefs”, *Studia Logica*, 2011(99): 61-92.

②Van Benthem, J., Fernández-Duque, D., Pacuit, E. “Evidence Logic: A New Look at Neighborhood Structures”. Bolander, T., Braüner, T., Ghilardi, S., Moss, L. *Advances in Modal Logic*. London: College Publications, 2012(9):97-118.

③Artemov, S., Fitting, M. *Justification Logic: Reasoning with Reasons*. Cambridge: Cambridge University Press, 2019, pp.11-27.

④Carnielli, W., Rodrigues, A. “An Epistemic Approach to Paraconsistency: A Logic of Evidence and Truth”, *Synthese*, 2019(196): 3789-3813.

赖于邻域模型[①②]。邻域语义比关系语义更为一般,常被用来研究弱模态逻辑和逻辑间的比较。一个邻域框架是二元组$<W, N>$,W 非空且 $N:W \to \wp(\wp(W))$是邻域函数。等价地,可以用邻域关系来定义邻域结构:定义 $R_N \subseteq W \times \wp(W)$满足任给 $w \in W$,wR_NX 当且仅当 $X \in N(w)$。主体在 w 上的知识或信念被解释为 $N(w)$。如果φ是信念,则$\varphi \in N(w)$。模态词的邻域解释可以推广到布尔连接词[③],因此在邻域模型中公式均被解释为它们为真的可能世界集。一般证据逻辑基于这样的思想,将 $N(w)$中每个元素(即 W 的一个子集)视为该主体的一个证据来源。当我们视一个子集为证据时,自然地规定它不能为空,因为空的可能世界集是⊥为真的集合,而证据自身不能是矛盾的;另外规定 W 是证据,即“恒真”是主体的证据。“恒真”蕴含任何公式,因此它被视为主体最弱的证据。

定义 1(扩展证据模型[④])扩展证据模型是四元组 $M = <W, R, R_N, V>$,其中 W 是可能世界集,R 是 W 上二元关系,$R_N \subseteq W \times \wp(W)$是证据关系且满足对任意 w,wR_NW 且并非 $wR_N\varnothing$,V:Prop $\to \wp(W)$。

一般证据逻辑的语言是在古典命题逻辑语言上加入“$E\varphi$”“$B\varphi$”“$A\varphi$”得到的。它们分别表示“主体有对φ(为真)的证据”“主体相信φ”“主体知道φ”。R 用来解释“相信公式”$B\varphi$和“知道公式”$A\varphi$。它们的解释如常。$E\varphi$的解释如下:

$M, w \models E\varphi$当且仅当 存在 X 使得 wR_NX 且对任意 $v \in X$,$M, v \models \varphi$。

一般证据逻辑刻画的是一种隐式、非决定性的证据。但它具有刻画决定性证据的机制:只要要求每个 $X \in N(w)$都包含 w,就可以刻画决定性证据。这里证据关系对蕴含是不封闭的,容易验证 $E(\varphi \to \psi) \wedge E\varphi \to E\psi$不是有效式。这一点违背我们对证据的直观感受。语言中知道算子 $A\varphi$的加入是出于证明完全性的需要。此逻辑所依赖的模型可以同时刻画“知道”和“相信”,因此可以用来探讨一些知识论相关的哲学问题。

随着外界信息的输入,主体的证据状态 s 会发生变化。一般证据逻辑能够像处理公开宣告一样,刻画“加证据”“移除证据”“修改证据”,并且动态认知逻辑(dynamic epistemic logic)采用归约公理(reduction axioms)将完全性归结为底层模态逻辑完全性的经典做法,在这里同样适用。

(二)基本证据逻辑

卡涅利提出的基本证据逻辑 BLE[⑤] 是一种利用矛盾证据刻画次协调性的次协调逻辑,同时也是利用次协调性刻画矛盾证据的证据逻辑。BLE 的一大特点是基础逻辑是次协调的命题逻辑。另一个特点是不将证据作为模态词,而是直接将命题公式φ非形式地解释为“主体具有φ为真的证据”,¬φ读作“主体具有φ为假的证据[⑥]”。连接词被非形式地解释为对证据的某种转换,但对这种转换的解释是模糊的。这一套语义与直觉主义逻辑的证明语义是类似的。为了恢复对“真”的刻画,他们利用形式不一致性逻辑(logics of formal inconsistency)和形式不确定性逻辑(logic of formal undeterminedness)的技术方法[⑦],加入古典算子“∘”得到同时刻画证据与“真”的 LET_J 逻辑。用公式∘φ在对象语言中表示φ和¬φ满足古典逻辑的爆炸原则和排中律,即∘φ表示“φ是古典二值的,或者为真,或者为假,而不能既真又假”。$\circ\varphi \wedge \varphi$表示“φ是古典二值且为真”,$\circ\varphi \wedge \neg\varphi$表示“φ是古典二值且为假”。BLE 的推演系统实质上是尼尔森(D. Nelson)的次协调逻辑 N4[⑧]。BLE 的关系语

①Montague, R. “Pragmatics and Intensional Logic”, *Synthese*, 1970(22): 68-94.

②Scott, D. “Advice on Modal Logic”. Lambert, K., eds. *Philosophical Problems in Logic: Some Recent Developments*. Dordrecht: Springer, 1970, pp.143-173.

③刘壮虎:《邻域语义学和模型完全性》,《北京大学学报(哲学社会科学版)》1995 年第 3 期。

④$B\varphi$还可以通过基本证据模型中的极大一致证据来解释,范本特姆等证明基本证据模型与扩展的证据模型相对于一般证据逻辑是等价的。这里仅提及常见的克里普克语义解释。

⑤Carnielli, W., Rodrigues, A. “An Epistemic Approach to Paraconsistency: A Logic of Evidence and Truth”, *Synthese*, 2019(196): 3789-3813.

⑥这是对直觉主义逻辑 BHK 解释的模仿。

⑦Carnielli, W., Rodrigues, A. “An Epistemic Approach to Paraconsistency: A Logic of Evidence and Truth”, *Synthese*, 2019(196): 3789-3813.

⑧Almukdad, A., Nelson, D. “Constructible Falsity and Inexact Predicates”, *The Journal of Symbolic Logic*, 1984(1): 231-233.

义与直觉主义逻辑的关系语义是相似的。BLE的关系模型[①]将 W 视为一个非空的证据状态集，R 表示在证据积累意义上（假设积累过程中不出现证据丢失）的“≤”关系（显然它是偏序的）。证据积累的过程保持信息的持续性，即证据一旦被收集或构造，在后续状态中都存在该条证据。LET_J 公式的关系语义是类似的[②]。

BLE（和 LET_J）逻辑的证据是隐式的，命题公式φ（¬φ）读作“存在φ为真（假）的证据”。证据是非决定性的，因为 $\varphi\to{}^{\circ}\varphi\wedge\varphi$ 显然不是定理。证据对蕴含是封闭的，因为 $(\varphi\to\psi)\wedge\varphi\to\psi$ 是定理。该逻辑的最大优势是能够刻画证据的次协调性，因为 $\varphi\wedge\neg\varphi\to\psi$ 并非定理，即是说：如果主体有φ为真的证据，也有φ为假的证据，那么他不会对任意命题ψ都有证据。它的不足之处在于没有加入“相信”和“知道”等认知态度，仅刻画了证据和真的逻辑能讨论的知识论内容是有限的。

三　核证逻辑

（一）核证逻辑的思想和技术背景

核证逻辑[③]是阿提莫夫提出的一种类模态逻辑（modal-like modal logic）。如果说模态逻辑必然算子“□”和可能算子“◇”是伪装的量词的话，那么核证逻辑语言的突出特点是将被量化的项显现出来。形如 t：φ的公式被读作“t 是φ的核证”或“t 是φ的证据”或“t 是φ的原因”等。

核证逻辑源自可证性逻辑的研究。布劳威尔（L. E. J. Brouwer）和海丁（A. Heyting）等直觉主义思想的先驱认为，数学陈述的真假不能脱离心智构造，一个陈述φ是真的，如果有对它的证明（或φ是可证的）；φ是假的，如果假设存在对φ的证明能够得到矛盾。这种构造主义思想催生了直觉主义逻辑（IL）以及它的 BHK 解释（Brouwer-Heyting-Kolmogorov interpretation）：

（1）$\varphi\wedge\psi$ 的证明由φ的证明和ψ的证明给定。

（2）$\varphi\vee\psi$ 的证明由φ的证明给定，或者由ψ的证明给定。

（3）$\varphi\to\psi$ 的证明是一个构造，它允许我们把φ的证明转换为ψ的证明。

（4）矛盾⊥没有证明；¬φ的证明是一个构造，它将任何φ的证明转换为⊥的证明。

BHK 解释是一种对直觉主义逻辑非形式的解释，其中“证明”仅指直观上的证明，并没有提及是何种形式系统中的证明。BHK 解释虽被广为接受，但长期没有找到符合它的形式语义，人们试图寻找“证明”的具体所指。

哥德尔（K. Gödel）提出了刻画可证性的模态逻辑（实质上等价于模态逻辑 S4），公式□φ读作“φ是可证的”，并通过语形翻译建立直觉主义命题逻辑（IPL）公式与 S4 公式的对应。在哥德尔的翻译 f 下讨论 IPL 公式φ的真值，相当于在 S4 中考察公式 $f(\varphi)$ 的古典真值，相当于考察每个φ的子公式的可证性。哥德尔的“可证”表达了“存在证明”而没有直接言说证明，因此是一种对“隐式”BHK 解释的形式语义。哥德尔的可证性也是一种直观上的可证，也无具体所指。它是否对应于某个具体系统中的证明？如果有，是什么？这些问题驱使着这个方向的研究。

一个自然的想法是将可证性解释为皮亚诺算术 PA 中的形式可证性谓词（用 g_φ 表示φ的哥德尔数）

$$\mathrm{Provable}(g_\varphi)=\exists x\ \mathrm{Proof}(x,g_\varphi)。$$

然而这不可行，因为它与第二不完全性定理相矛盾：S4 定理 $\Box\bot\to\bot$ 表达 PA 是一致的，进而 S4 定理 $\Box(\Box\bot\to\bot)$ 表示“‘PA 一致’在 PA 中是可证的”，矛盾。自此可证性逻辑研究走向了两个方向，一个方向继续寻找哥德尔可证性的具体所指，阿提莫夫解决了这一问题；另一方向寻找刻画 PA 可证性谓词 Provable 的模态逻辑，索罗韦（R. M. Solovay）的模态逻辑 G 系统[④]解决了这一问题。

不能直接将 S4 的可证性解释为 PA 可证性谓词的原因在于存在量词的非构造性特点。当把□φ读作 $\exists x\mathrm{Proof}(x,g_\varphi)$，在给定的算术模型中 x 可能是非标准的。这种情况下虽然 $\exists x\mathrm{Proof}(x,g_\varphi)$ 为真，但并不存在φ在 PA 中的证明，因此不能得到自返原则 $\mathrm{Provable}(g_\varphi)\to\varphi$。而对于任意自

①Antunes, H., Carnielli, W., Kapsner, A. “Kripke-style Models for Logics of Evidence and Truth”, *Axioms*, 2020(9): 100.

②Carnielli, W., Rodrigues, A. “An Epistemic Approach to Paraconsistency: A Logic of Evidence and Truth”, *Synthese*, 2019(196): 3789-3813.

③Artemov, S., Fitting, M. *Justification Logic: Reasoning with Reasons.* Cambridge: Cambridge University Press, 2019, pp.11-27.

④Solovay, R. M. “Provability Interpretations of Modal Logic”, *Israel Journal of Mathematics*, 1976(25): 287-304.

然数 n,有显性自返原则 Proof$(n,g_\varphi)\to\varphi$是可证的。因此可以将隐性可证性谓词 Provable(g_φ)发展为显性的证明谓词 Proof(x,g_φ)。阿提莫夫通过斯科伦化[①]消除量词。可证性逻辑 S4 公式$\Box\varphi$表示“存在φ的证明 x”。类似地,可将 S4 的隐性证明发展为显性:将$\Box\varphi$显化为 t:φ,表示“t 是φ的证明”。第一个核证逻辑——证明逻辑 LP 的语言就是在古典命题逻辑中加入形如 t:φ的公式。以 LP 为中介,通过建立它相对于算术语义的可靠性和完全性,证明 S4 嵌入 LP,IPL 嵌入 S4(用“⇒”表示嵌入关系):

IPL ⇒S4 ⇒LP ⇒PA 数学证明。

这样直觉主义 BHK 解释中的证明便对应于 PA 中的显性证明谓词。

(二)核证逻辑的语形和语义

核证逻辑的初始符号比命题逻辑多出核证常项集 JConst 与核证变项集 JVar,以及核证项之间的运算符:一元的“!”,二元的“+”和“·”。常项与变项分别用 $a,b,\cdots$和 $x,y,\cdots$(可带下标)表示,当核证项不明确时用 $s,t,\cdots$(可带下标)表示。核证逻辑公式比命题逻辑多出形如 t:φ的形式。证据逻辑 LP 的公理系统见表 1,其中常项规范 CS $\subseteq\{(c,\ \varphi)\mid c\in$JConst 且φ是 LP 公理例示$\}$。

AN_{CS}规则对应于模态逻辑的必然化规则。必然化规则施用对象是内定理,而 AN_{CS}的施用对象则取决于常项规范。常项规范与 AN_{CS}一起决定了哪些公式有证明。常项规范具有较大灵活性,它既可以为空,可以有穷也可以无穷,可以允许部分公理有核证常项,也可以允许所有公理有核证常项,既可以为每个公理安排同一个核证常项,也可以为每个公理分别安排不同的核证常项[②]。

根据 j 公理的描述,运算“·”可以被看做在核证项的层面记录对 MP 的使用。如果 s 是φ→ψ的证明,且 t 是φ的证明,那么对证明 s 和 t 进行组合,能够得到对ψ的证明 $s\cdot t$。例如公理系统中证明是一组有穷公式序列,$s\cdot t$ 可以表示证明 s 和 t 的连结。“!”表示证明核查(proof checker),即如果 t 是φ的一个证明,那么! t 是核查 t:φ的证明。j+表达了核证层面记录推演的单调性,即如果 t 是φ的证明,那么连结额外证明得到的证明仍然是φ的证明。jt 表示数学证明是绝对可靠的,对命题真值是决定性的,即如果φ有证明,那么φ为真。

表 1　证据逻辑 LP 的公理系统

公理或规则名称	公理或规则模式
古典逻辑	LP 所有命题逻辑重言式
j	$s:(\varphi\to\psi)\to(t:\varphi\to s\cdot t:\psi)$
j+	$s:\varphi\to s+t:\varphi\quad t:\varphi\to s+t:\varphi$
jt	$s:\varphi\to\varphi$
j4	$s:\varphi\to!\,s:s:\varphi$
MP 规则	如果 $\vdash\varphi\to\psi$且 $\vdash\varphi$,那么 $\vdash\psi$
CS-公理必然化(AN_{CS})规则	$\vdash c:\varphi$,其中$(c,\varphi)\in$CS

算术语义是 LP 的早期语义。令 * 是 LP 的算术解释,项运算“!,+,·”均对应于 PA 中的递归函数。例如,假设 x 是φ→ψ证明的编码,y 是φ证明的编码,那么 $\cdot^*(x,y)$是ψ的证明的编码。如果$(c,\varphi)\in$CS,那么 c^*是φ的证明的编码。证明变项被解释为作为证明编码的任意自然数;命题被解释为算术句子;“:”被解释为证明谓词 Proof,公式 t:φ对应于 Proof$(t^*,g_{\varphi*})$。

除算术语义外,核证逻辑还具有多种语义模型[③],如费廷模型(Fitting model)、姆克蒂切夫模型(Mkrtychev model)、模块化模型(modular model)、子集模型[④]等。姆克蒂切夫模型的思想是简单的。他将核证项解释为公式集:如果 * 是解释,那么 t:φ为真当且仅当$\varphi\in t^*$。此外,再规定模型满足特定条件。模块化模型的思想与之类似,不同之处在于它要联系起核证与相信,因而引入可能世界及其上关系,并通过“核证导致相信(JYB)”原则联系起两者。核证逻辑的发展表明,费廷模型是连接模态逻辑与核证逻辑的合适工具。本文主要介绍它。

一个 LP 的费廷模型 $M=\langle W,\ R,\ V,\ E\rangle$是在标准克里普克模型上加入证据函数 E 得到的,证据函数为特定世界和核证项指派一个公式集:W

①Ebbinghaus, H.-D., Flum, J., Thomas, W. *Mathematical Logic*. New York: Springer-Verlag, 1994, p.132.

②Artemov, S., Fitting, M. *Justification Logic: Reasoning with Reasons*. Cambridge: Cambridge University Press, 2019, p.17.

③Artemov, S., Fitting, M. *Justification Logic: Reasoning with Reasons*. Cambridge: Cambridge University Press, 2019, pp.31-72.

④Lehmann, E., Studer, T. “Subset Models for Justification Logic”. Lemhoff, R., Moortgat, M., de Queiroz, R., eds. *International Workshop on Logic, Language, Information, and Computation*. Berlin and Heidelberg: Springer, 2019, pp.433-449.

$\times Term \to \wp(Form_{LP})$。模型满足如下条件:

(1)应用:如果$(\varphi\to\psi)\in E(w,s)$且$\varphi\in E(w,t)$,那么$\psi\in E(w,s\cdot t)$;

(2)加:$E(w,s)\cup E(w,t)\subseteq E(w,s+t)$;

(3)单调性:如果 wRv,那么 $E(w,t)\subseteq E(v,t)$;

(4)证明核查:如果$\varphi\in E(w,t)$,那么 $t:\varphi\in E(w,!t)$;

(5)常项规范条件:任意 w,$CS^c\subseteq E(w,c)$,其中 $CS^c:=\{\varphi\in Form_{LP}|(c,\varphi)\in CS\}$。

$t:\varphi$公式的可满足关系定义如下:

$M,w\models t:\varphi$当且仅当 a)模态条件:对任意满足 wRv 的 v,$M,v\models\varphi$;b)证据条件:$\varphi\in E(w,t)$。

证明逻辑 LP 相对于该语义是可靠和完全的。费廷模型中证明项被解释为满足特定封闭条件的公式集:w 上"t 是φ的证明"当且仅当$\varphi\in E(w,t)$。根据可满足性的定义,$t:\varphi$不能读作"t 是φ的证明",而应该读作"t 是主体相信φ的证明"。与认知逻辑建立联系的代价是这种核证必须符合 JYB 原则,即这种证据会导致主体的相信。

证明逻辑是第一个核证逻辑。最简单的核证逻辑 JL_0 是命题逻辑之上仅加入公理 j 和 j+,而其他核证逻辑是 JL_0 的扩张。核证逻辑虽然源于数理逻辑对可证性的探讨,但近些年逐渐被用于哲学逻辑,尤其是形式知识论的研究。

(三)核证逻辑作为证据逻辑

证明是一种决定性证据,因此证明逻辑 LP 也是刻画决定性证据的证据逻辑。自然地,人们希望将更为一般的核证逻辑作为一种证据逻辑。我们从语言特点和逻辑性质等方面对此进行论证。

逻辑的表达力和计算性质往往存在张力。从哲学逻辑的角度看,逻辑主要对现有的思想进行整理、组织和分析,因此逻辑的语言表达力自然是第一位的,比如一阶逻辑虽然是半可判定的但不能否认它是一个优秀的整理和分析数学表述的语言。

形如 $t:\varphi$的公式是核证逻辑语言最大的特点。核证逻辑直接用 t 这样的核证项谈论证据(因此刻画的是显式证据),而前文所述的一般证据逻辑 Log 和基本证据逻辑 BLE(和 LET_J)里的证据都是隐式的。当然,显式和隐式语言各有其适用范围,自然语言中不乏隐式地表达证据。例如,当证据不便或者不能谈论时,我们往往用"有证据表明……"这样的句子。然而,当需要具体讨论从哪个证据得到结论时,显式的证据逻辑语言显然更具吸引力。另外,显式证据 $t:\varphi$实际上暗含了存在φ的证据,这样看,似乎显式语言包含更多信息,可以在某种程度上代替隐式证据。最后,得益于费廷模型,我们可以加入"相信"等认知算子$\Box$,这样可以同时谈论"核证的相信"($t:\varphi$),"相信"($\Box$)和"真",因此该语言能够涵盖知识论中许多重要概念。

一些情况下,核证逻辑确实能较好地分析某些不适合传统认知逻辑分析的问题。核证逻辑能将不同的原因区分开来,而核证项的结构又能记录推理的过程,这使得核证逻辑能够对结论的证据进行"追踪",这在一些情况下有助于形式知识论中对论证的分析。我们用经典的"红谷仓"例子①对此进行说明。

> 例子 1. 假设我驾驶在对我来说陌生的乡下,那里有很多假的谷仓,我看到面前有个谷仓。基于视觉感知我相信我面前的物体是谷仓,显然这个不构成知识,因为这个可能是假的谷仓。但是直觉告诉我,我并不了解谷仓。现在假设乡下没有假的红色谷仓,并且我面前的物体是红色的,因此我知道面前的是一个红谷仓。显然从我知道它是一个红谷仓能够得到我知道它是一个谷仓。

上例中,"我面前的物体是红谷仓"是知识,而"我面前的物体是谷仓"不是知识。但前者是知识理应能得到后者也是知识。

令 B 表示"我面前的物体是谷仓";R 表示"我面前的物体是红色的";$\Box$表示"相信";K 表示"知道";根据例子描述有$\Box B$:"我相信我面前的是谷仓";也有$\Box(B\wedge R)$:"我相信我面前的是红谷仓";实际上在信念逻辑中经过简单推理也能从$\Box(B\wedge R)$得到$\Box B$。

从认知逻辑角度看,根据例子描述有$\neg KB$:

①此例及其分析见于 Artemov, S. "The Logic of Justification", *Review of Symbolic Logic*, 2008(1): 477-513. 红谷仓的例子最早由克里普克在 1980 年提出,此例是阿提莫夫的改编形式。

“我不知道我面前的是谷仓”;$K(B \wedge R)$:“我知道我面前的物体是红谷仓”。在认知逻辑中经过简单推理能够得到KB,矛盾。因此认知逻辑似乎不适合分析此例。

从核证逻辑看,将t:φ读作“t是我相信φ的原因”。根据例子,有u:B:“u是我相信面前的物体是谷仓的原因”,其中u是视觉感知。v:$(B \wedge R)$表示:“v是我相信我面前的物体是红谷仓的原因”,而根据例子,$B \wedge R$不仅是信念也是知识。由于$(B \wedge R) \rightarrow B$是公理(因而也是知识),所以存在常项$c$使得$c$:$(B \wedge R \rightarrow B)$。结合$v$:$(B \wedge R)$,经过简单推理得$c \cdot v$:$B$,因此$B$也是我的知识,但不是因为$u$,而是因为$c \cdot v$,一个逻辑推理的结果。而$u$仅导致我的相信。核证逻辑较为忠实地刻画“红谷仓”例子中的逻辑结构。

逻辑全知问题是认知逻辑中一个古老的问题。自辛迪卡(J. Hintikka)开创性地工作以来,模态逻辑被广泛用于刻画各种认知态度,在此基础上认知逻辑蓬勃发展。对认知逻辑一个主要批评是它假设了认知主体过于理想的认知能力。原因在于这些逻辑深度依赖的克里普克模型赋予了主体知识一些封闭性质。逻辑全知问题可表述为:

如果主体知道公式集Γ中所有公式,并且Γ逻辑蕴含φ,那么主体也知道φ。

逻辑全知的具体表现形式是多样的[①],如知道所有有效式,知识对逻辑后承、逻辑等价、实质蕴涵等封闭。试图解决逻辑全知问题的尝试有很多[②③],并且诸多技术方法被提出,如不可能世界模型、觉识模型(awareness model)、区分显性和隐性认知态度等。这些方法背后的思想是相通的,都是通过模型上的特定机制消除认知态度对连接词的封闭,而后根据实际推理的需要加入相应的封闭条件。费金(R. Fagin)等的觉识模型[④]具有代表性。它基于这样的哲学思考:主体知道或相信某些东西必须以觉识(aware)到它们为前提。例如:

例子2. 假设一个成年人和一个幼儿在森林里发现一株蘑菇。两人都不知道它是否有毒。然而,成年人知道这株蘑菇可能是有毒的。但是小孩由于年幼可能并没有关于毒的概念。换言之,他对于蘑菇的毒性没有觉识。[⑤]

觉识模型是四元组$<W, R, F, V>$,相较于标准克里普克模型多出觉识函数F。F为每个可能世界w指定一个主体在该世界觉识到的公式集,语言中对应地有觉识算子A,A φ读作“主体觉识到φ”,$M, w \models A\varphi$当且仅当$\varphi \in F(w)$。

觉识模型也能用于区分显性和隐性认知态度。令B和L分别表示“显性知道”和“隐性知道”,其中“隐性知道”是通常的“知道”,是逻辑全知的。

$M, w \models B\varphi$当且仅当$M, w \models L\varphi$且$M, w \models A\varphi$。

主体显性知道φ当且仅当主体隐性知道φ且觉识到了φ。显性知道算子避免了逻辑全知,但也丢掉了如对合取封闭等符合直观的封闭条件。原因是费金等未让觉识函数F满足任何封闭条件。他们认为具体条件可以根据应用情景而定。觉识函数的机制正是核证逻辑费廷模型中证据函数的先声。费廷模型中的“应用”和“加”是证据函数必须满足的封闭条件,此二者分别对应证据关系对蕴含封闭以及证据关系的单调性。

核证逻辑一定程度上避免了逻辑全知。例如,如果主体分别有相信φ和ψ的证据,即s:$\varphi \wedge t$:ψ,并不能得到主体具有某个相信$\varphi \wedge \psi$的证据。t:φ可以读作“主体显性地知道(或相信)φ,□φ可以读作“主体隐性地知道(或相信)φ”。因此核证逻辑对逻辑全知问题的处理实际上是通过(类似觉识函数的方法)区分显、隐认知态度完成的。另外,核证逻辑特有的常项规范机制也限制了主体的推理能力。认知地看,当主体在做推理时,核证常项核证那些不能被进一步分析的命题。每个主体都有对应的常项规范决定哪些命题对主体来说

①Solaki, A. *Steps out of Logical Omniscience*. MA thesis, Amsterdam: University of Amsterdam, 2017, p.6.

②Halpern, J. Y., Pucella, R. “Dealing with Logical Omniscience: Expressiveness and Pragmatics”, *Artificial Intelligence*, 2011(1): 220-235.

③Sim, K. M. “Epistemic Logic and Logical Omniscience: A Survey”, *International Journal of Intelligent Systems*, 1997(1): 57-81.

④Fagin, R., Halpern, J. Y. “Belief, Awareness, and Limited Reasoning”, *Artificial intelligence*, 1988(1): 39-76.

⑤Song, P., Xing, W. “A Two-Layer Partition Awareness Structure.” Blackburn, P., Lorini, E., Guo, M., eds. *International Workshop on Logic, Rationality and Interaction.* Berlin and Heidelberg: Springer, 2019, pp. 313-325.

是自明的。

对逻辑等价封闭是逻辑全知的一个重要形式。“1+1=2”和“费马大定理”虽然都为真,但显然不能从知道前者,得到知道后者。如果一个逻辑的模态算子对此不封闭,则称该逻辑具有超内涵性。核证逻辑具有超内涵性:容易验证从$\varphi\leftrightarrow\psi$且$t:\varphi$,并不一定能得到$t:\psi$或$\psi$有证据。一般证据逻辑 Log 中的隐式证据$E\ \varphi$是非正规模态算子,这一定程度限制了主体的推理能力,但系统中含有E的单调性规则:“如果$\vdash\varphi\rightarrow\psi$,那么$\vdash E\ \varphi\rightarrow E\ \psi$”,因此它不是超内涵的[①]。

核证逻辑各种语义模型对证据的解释大致分为两种:姆克蒂切夫模型将证据解释为公式集,$t:\varphi$当且仅当$\varphi\in t^{*}$;费廷模型与之类似,证据在世界w上的解释也是公式集。如果$M, w\models t:\varphi$,那么满足证据条件$\varphi\in E(w,t)$。因此核证逻辑对证据本质的刻画也是命题式的,与一般证据逻辑 Log 的刻画相同,区别是核证逻辑的证据概念是显式的。既然证据是命题式的,那么核证逻辑适合处理威廉姆森等所主张的命题式的证据理论。

核证逻辑的证据不是次协调的,但可以通过技术改动实现证据的次协调。公式$s:\varphi\wedge t:\neg\varphi\rightarrow r:\psi$表示“如果主体对$\varphi$和它的否定都有证据,那么他对任何命题具有证据”。该公式是有效的,原因在于核证蕴含相信,$s:\varphi$蕴含相信φ,而任意世界上主体不会相信矛盾,因此$s:\varphi\wedge t:\neg\varphi$是矛盾式。从而对任意公式$\chi$,都有$s:\varphi\wedge t:\neg\varphi\rightarrow\chi$。因此证据关系不是次协调的。但核证逻辑扩展为证据次协调是容易的,只需在语义上对认知态度进行次协调处理。有研究[②]通过对认知态度进行三值赋值——真、假和既真又假,提出次协调的核证逻辑。

核证逻辑被用于知识论研究也遇到了困难。第一个困难是缺少对核证项运算符号的符合直观的哲学解释。核证逻辑设计之初是用于刻画算术中的显式证明谓词,而后由于其特殊的语言特点逐渐被用于刻画更一般的核证概念。算术解释下,项运算“!,+,·”都对应 PA 中的递归函数。但在哲学或认知语境下,形如$s\cdot t$,$s+t$,$!\,t$的核证项该如何解释?费廷[③]将$s+t$解释为一种证据的弱化。要么由于证据s,要么由于证据t,φ为真,那么两个证据放在一起得到的证据$s+t$,也是φ为真的证据。“弱化”是从证据关系的强度而言的,单个证据就足以建立证据关系,因此单个证据显然是更强的。$!\,t$被解释为“核证检查”,即$!\,t$是对证据关系$t:\varphi$的自省式的检查。对这两个核证项的解释是合理的。但对于$s\cdot t$,费廷认为其对应于推演中的肯定前件规则。然而这种解释是不够的,因为$s\cdot t$显然是证据间的操作。将其解释为人们在推理中对证据的某种组合似乎更为合适。

另一个可能的批评是核证逻辑对信念和证据的刻画是一体的。$t:\varphi$表示“t是主体相信φ为真的证据”,核证逻辑并没有语言机制单独刻画“t是φ的证据”。纵然一体式的刻画已经能够处理较多如知识定义等知识论问题,但在一些特定情境下我们可能希望仅仅谈论客观的证据关系,这时一体式的刻画就不合适了。我们认为逻辑系统是为特定分析目的而设计的,因而围绕同一个概念建立的逻辑可能千差万别,但对于同一个概念,应该存在一些普遍认同的基本直观,这是不同逻辑系统都需要遵守并刻画的,而核证逻辑在分析特定问题上是成功的。至于是否能在核证逻辑中发展出单独刻画“t是φ的证据”的机制,这依赖于对核证逻辑的进一步探索。

结语

证据在哲学内外都是重要概念,在知识论和科学哲学等领域更是核心概念。本文对证据概念进行逻辑分析,总结出证据逻辑应该符合的若干原则,对现有证据逻辑进行评述,并从语言表达力和系统推理特性等方面论证了核证逻辑可以作为证据逻辑。

核证逻辑的语言和模型架构显示出强大的生命力,也为未来研究提供了可能的方向。例如,可以扩充核证逻辑的语言,加入“怀疑”“猜测”等其他认知算子,它们与证据的互动会是更有趣和值

①Artemov, S., Fitting, M. *Justification Logic: Reasoning with Reasons*. Cambridge: Cambridge University Press, 2019, p.8.

②Su, C.-P. “Paraconsistent Justification Logic: A Starting Point”. Goré, R., Kooi, B., Kurucz, A., eds. *Advances in Modal Logic*. London: College Publications, 2014, pp.513-532.

③Fitting, M. “Paraconsistent Logic, Evidence, and Justification”, *Studia Logica*, 2017(6): 1149-1166.

得研究的内容,并且技术层面上存在可行性,因为费廷模型本质上是一个带有证据函数的克里普克模型,后者恰好是认知逻辑繁荣发展的土壤。

数学和数理逻辑为哲学研究提供了丰富的分析方法,哲学逻辑的繁荣从方法上讲离不开数理逻辑。核证逻辑的语形和语义就具有明显的数理逻辑印迹。初步实践证明,它能为哲学逻辑,尤其是知识和信念逻辑带来新的思想和方法,在分析一些问题时显示出独特的优势。核证逻辑在进一步用于分析哲学问题时也必然会遇到技术和思想上的困难。但这些困难往往蕴藏着新的发展,正如认知逻辑广为诟病的逻辑全知问题,对它的探讨产生了诸如“不可能世界”“觉识”等思想以及直接影响核证逻辑模型构造的技术方法。一个逻辑的发展和完善并不是一蹴而就的,核证逻辑正在发展,只要保持开放的态度,我们对核证逻辑的未来是乐观的。

On Justification Logic as Evidence Logic

DANG Xue-zhe

(Department of Philosophy, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: The prosperity of philosophical logic highlights the power of modern logic in analyzing and clarifying philosophical theories, an example of which is the rising of the convergence of epistemic logic and epistemology. Evidence is rather important and widely studied in epistemology, but evidence logic has just emerged. Justification logic, with its language features and system properties, shows its advantages over the existing evidence logics. An investigation into its history, philosophical background and techniques will be helpful in justifying justification logic as a kind of evidence logic.

Key words: evidence; justification logic; evidence logic

(责任校对　王小飞)