

doi:10.13582/j.cnki.1672-7835.2022.06.006

# 奎因对现代逻辑基本技术的若干贡献

段玲玲, 翟玉章

(南京师范大学 公共管理学院, 江苏 南京 210023)

**摘要:** 奎因在现代逻辑的基本技术方面做出了许多贡献, 比较突出的有以下几点。一是发展了一种统一的、更加方便的谓词表达形式, 对于我们理解量化模式及其替换规律有着非常大的帮助。二是针对一般量化模式, 提出了一种自然而简单的有效性证明方法(即奎因方法), 而且给出了此法完全性的比较容易的证明方法。三是反复强调了在表达式的使用和提及之间的区别, 弗雷格和罗素对此曾有涉及, 但奎因的表述是最具概括性的。

**关键词:** 奎因; 真值分析法; 谓词提取; 奎因方法; 使用和提及

**中图分类号:** B813      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1672-7835(2022)06-0039-07

早在1940年, 奎因就写了一本介绍现代逻辑基本概念和技术的通俗读物《初等逻辑》(*Elementary Logic*), 他把此书用作非逻辑专业本科生的逻辑教材。这使他成了向公众推广现代逻辑的最早一批作者之一。他在这方面的热情从未减弱。他一直坚持给非逻辑专业本科生上逻辑课。1950年, 他又出版了另一部通俗读物《逻辑方法》(*Methods of Logic*), 这本书可视为《初等逻辑》一书的扩大版。此书后来一版再版, 一共有四个版本, 每个版本在概念和技术上都有完善和创新。我们认为, 奎因的相关贡献在学界尚缺乏完整系统的把握。本文以《逻辑方法》第四版为依据, 着重评述他在逻辑技术上的若干创新之处, 希望能对推进现代逻辑基础教学与研究有所助益。

## 一 对真值函项模式有效性检验方法的创新

众所周知, 这方面的检验方法最为通行的是真值表方法, 即先列出某个真值函项模式中所有不同字母不同的真值组合。如果模式中只有一个字母, 比如说“ $p$ ”, 会有两种情形: “ $p$ ”真和“ $p$ ”假; 如果有两个字母, 比如说“ $p$ ”“ $q$ ”, 会有四种情形: “ $p$ ”真“ $q$ ”真、“ $p$ ”真“ $q$ ”假、“ $p$ ”假“ $q$ ”真、“ $p$ ”假

“ $q$ ”假; 以此类推。接下来再考察在每一种情形下整个模式的真假, 如果一律为真, 则此模式是有效的, 否则是无效的。

奎因在他的书中也介绍了真值表方法, 但重点介绍的却是他称为真值分析(truth analysis)的方法<sup>①</sup>。这种方法不是先列出不同字母的不同的真值组合, 而是一个字母一个字母地考察。以模式“ $(p \leftrightarrow q) \vee (q \leftrightarrow r) \vee (p \leftrightarrow r)$ ”为例。这个模式含有“ $p$ ”“ $q$ ”和“ $r$ ”三个字母。我们先来考察字母“ $p$ ”。当“ $p$ ”为真时, 整个模式就成了“ $(T \leftrightarrow q) \vee (q \leftrightarrow r) \vee (T \leftrightarrow r)$ ”, 可以简化为“ $q \vee (q \leftrightarrow r) \vee r$ ”; 这个模式显然比原模式简单, 因为它只含有“ $q$ ”和“ $r$ ”两个字母。我们现在就来考察这个比较简单的模式。先来考察字母“ $q$ ”。当“ $q$ ”为真时, 这个模式就成了“ $T \vee (T \leftrightarrow r) \vee r$ ”, 其真值显然为真; 当“ $q$ ”为假时, 这个模式就成了“ $F \vee (F \leftrightarrow r) \vee r$ ”, 可以简化为“ $(F \leftrightarrow r) \vee r$ ”, 再简化为“ $\bar{r} \vee r$ ”, 显然是真的。以上分析表明, 只要“ $p$ ”为真, 不论“ $q$ ”和“ $r$ ”的真值如何, 整个模式就是真的。

接着再来考察“ $p$ ”为假的情形。这时整个模式成了“ $(F \leftrightarrow q) \vee (q \leftrightarrow r) \vee (r \leftrightarrow F)$ ”, 可以简化为“ $\bar{q} \vee (q \leftrightarrow r) \vee \bar{r}$ ”。再考察这个比较简单的模式。

收稿日期: 2022-07-15

基金项目: 国家社会科学基金重大项目(19ZDA036)

作者简介: 段玲玲(1986—), 女, 河南禹州人, 讲师, 博士生, 主要从事分析哲学研究。

①Quine, W. V. *Methods of Logic* (fourth edition). Cambridge: Harvard University Press, 1982, pp. 33-45.

先考察字母“ $q$ ”。当“ $q$ ”为真时,这个模式就成了“ $\bar{T} \vee (T \leftrightarrow r) \vee \bar{r}$ ”,可以简化为“ $r \vee \bar{r}$ ”,这显然是真的;当“ $q$ ”为假时,这个模式就成了“ $\bar{F} \vee (F \leftrightarrow r) \vee \bar{r}$ ”,这直接就是真的。以上分析表明,只要“ $p$ ”为假,不论“ $q$ ”和“ $r$ ”的真值如何,整个模式也是

真的。

综合上两段的分析,结论是显然的:不论“ $p$ ”“ $q$ ”和“ $r$ ”的真值如何,整个模式都是真的。以上整个分析过程可以体现在下面的真值分析图1中。

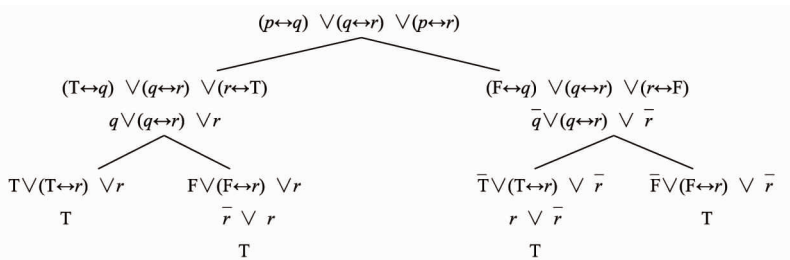


图1 真值分析

这个图表显然不及真值表美观,但这种方法却是更高效的,从而也是更实用的。在真值分析法中,我们实际上只做了四次计算,即只计算了“ $p$ ”真“ $q$ ”真、“ $p$ ”真“ $q$ ”假、“ $p$ ”假“ $q$ ”真、“ $p$ ”假“ $q$ ”假这四种情形,而真值表方法需做八次计算。为什么会有这种区别呢?因为在真值分析法中,我们在考虑“ $p$ ”和“ $q$ ”四种组合情形时,都碰巧无需分别考虑每一种情形下“ $r$ ”的两种情形。但真值表方法是无法讨巧的。当模式中的字母更多时,真值分析法的优越性将更加明显。

## 二 奎因独创的谓词提取概念及其在量化模式替换中的作用

奎因发展出了一种统一的、整体说来更加方便的谓词表达形式。这种表达形式就是他所谓的提取(abstract)<sup>①</sup>,其原型是日常语言中的关系从句。谓词提取不会出现在语句模式中,也不会出现在推理技术中,但它对于我们理解谓词、变项和量词的概念,对于顺利地形成模式的例句和子模式,有着非常大的帮助。

一位谓词提取的一般形式是“ $\{x: \dots x \dots\}$ ”,意思是:如此这般的 $x$ 以致 $\dots x \dots$ 。简单而自然的谓词可以纳入这一形式中。比如“学生”可以改写成“ $\{x: x \text{ 是学生}\}$ ”(如此这般的 $x$ 以致 $x$ 是学生),含有这一谓词的语句“张三是学生”可以改写成“张三是如此这般的 $x$ 以致 $x$ 是学生”。当然,将谓词提取用于这些简单的例子,会让人有一

种杀鸡用牛刀的感觉。但它对于从比较复杂的语境中提取出描述某个对象的谓词是非常有用的。现在我们就来介绍获得提取的方法。

(1)张三是学生。(提取出描述张三的谓词)

(2)我从发现费多的人那里买下了它。(提取出描述费多的谓词)

第一步:将“如此这般的 $x$ 以致”置首:

(1-1)如此这般的 $x$ 以致张三是学生。

(2-1)如此这般的 $x$ 以致我从发现费多的人那里买下了它。

第二步:将指称被描述的对象的名词或代词替换为“ $x$ ”:

(1-2)如此这般的 $x$ 以致 $x$ 是学生。( $\{x: x \text{ 是学生}\}$ )

(2-2)如此这般的 $x$ 以致我从发现 $x$ 的人那里买下了 $x$ 。( $\{x: \text{我从发现 } x \text{ 的人那里买下了 } x\}$ )

至此,提取谓词的任务就完成了。我们可以体会一下用这两个谓词提取分别描述张三和费多,看看语句是否和原句的意思是一样的。

(1-3)张三是 $\{x: x \text{ 是学生}\}$ 。(读作:张三是如此这般的 $x$ 以致 $x$ 是学生。)

(2-3)费多是 $\{x: \text{我从发现 } x \text{ 的人那里买下了 } x\}$ 。(读作:费多是如此这

<sup>①</sup>Quine, W. V. *Methods of Logic* (fourth edition). Cambridge: Harvard University Press, 1982, pp. 132-136.

般的 $x$ 以致我从发现 $x$ 的人那里买下了 $x$ 。)

不难看出,(1-3)和(2-3)经具体化处理后就是(1)和(2)。所谓具体化(concretion),就是上面所说的提取过程的逆过程,即将含有谓词提取的语句(比如“ $\{x:x\text{ 是学生}\}y$ ”)转换成不含谓词提取的语句(在这个例子中是“ $y$  是学生”)的过程。

谓词提取的上述记法“ $\{x:\dots x\dots\}$ ”,相信很多读者是熟悉的,但会把它看成类表达式。而奎因在这里是把它用作谓词的。

接下来,我们来谈谈谓词提取在量化模式替换中的作用<sup>①</sup>。

从真值函项模式中生成例句是很简单的,只需将其中的字母替换上一个具体语句即可,唯一的限制是相同的字母必须替换以相同的语句。比如从“ $pq\rightarrow p$ ”得到的例句可以是“如果张三是学生而且李四是老师,那么张三是学生”(  $p$ :张三是学生,  $q$ :李四是老师),也可以是“如果王五是学生而且赵七是老师,那么王五是学生”(  $p$ :王五是学生,  $q$ :赵七是老师),但不可以是“如果张三是学生而且李四是老师,那么王五是学生”,因为“ $p$ ”不能在一处被替换为“张三是学生”,在另一处被替换为“王五是学生”。

但一般的量化模式要比真值函项模式复杂,里面除了“ $p$ ”“ $q$ ”之类的语句字母外,还有“ $F$ ”“ $G$ ”之类的谓词字母,逻辑词汇也不限于真值函项联结词,还有“ $x$ ”“ $y$ ”之类的变项和“ $\forall x$ ”“ $\exists y$ ”之类的量词。这些因素使替换环境复杂化了。

量化模式中的原子模式是附有变项的谓词字母,如“ $Fx$ ”“ $Fy$ ”“ $Gxx$ ”“ $Gxy$ ”,等等。这些模式和前面说的语句字母不同,并不能随使用一个什么语句来替换。比如,“ $Fx$ ”就不能用“张三是学生”来替换,因为“ $Fx$ ”说的是 $x$ 怎样怎样,但“张三是学生”中根本没有说到 $x$ 。

这时谓词提取便可以发挥它的作用。对

“ $Fx$ ”的替换可以分为两个步骤进行。第一步:将要替换“ $F$ ”的谓词改写成谓词提取(大量复杂的谓词只能用谓词提取来表达),并代入“ $Fx$ ”。第二步:对得到的结果进行具体化处理。举例:如果替换“ $F$ ”的谓词是“学生”,可以将它改写为“ $\{y:y\text{ 是学生}\}$ ”,代入“ $Fx$ ”,得到“ $\{y:y\text{ 是学生}\}x$ ”,再经过具体化处理,得到“ $x$  是学生”。如果替换“ $F$ ”的谓词是“ $\{w:\exists y(w\text{ 为 }y\text{ 感到自豪})\}$ ”,这已经是谓词提取形式了(其实就是谓词“为某些东西感到自豪”),可以直接代入“ $Fx$ ”,得到“ $\{w:\exists y(w\text{ 为 }y\text{ 感到自豪})\}x$ ”,再经过具体化处理,得到“ $\exists y(x\text{ 为 }y\text{ 感到自豪})$ ”(可以翻译为“ $x$  为某些东西感到自豪”)。但要注意,谓词“为某些东西感到自豪”的有些提取形式是不能直接代入“ $Fx$ ”中的“ $F$ ”的,其中的一个是“ $\{w:\exists x(w\text{ 为 }x\text{ 感到自豪})\}$ ”。如果强行代入,会得到“ $\{w:\exists x(w\text{ 为 }x\text{ 感到自豪})\}x$ ”,再经过具体化处理,则得到“ $\exists x(x\text{ 为 }x\text{ 感到自豪})$ ”。这显然是不合格的例句,因为它的意思是“有人为自己感到自豪”,变项 $x$ 从自由状态变成了约束状态。为了避免这一情况出现,就需要下面这条规则:替换谓词字母的谓词提取中不得以谓词字母后缀变项为约束变项。这条规则是以谓词提取来表达的。关于量化模式的替换,还有一条规则,也是以谓词提取来表达的。就我们所知,这是对量化模式替换规则表述得最清楚的版本<sup>②</sup>。

### 三 一位量化模式有效性的检验

奎因在《逻辑方法》一书中,谈到过两种一位量化模式有效性的检验方法,我们这里谈其中的一种:纯存在式方法<sup>③</sup>。这一方法不是奎因的原创,但奎因的表述更清楚。

所谓一位量化模式,是指这样的量化模式,其中的原子模式只包含像“ $Fx$ ”“ $Fy$ ”“ $Gz$ ”这样的只附有一个变项的谓词字母。一位量化模式都可以通过等价变换转化为全称量词在前、存在量词在

<sup>①</sup>Quine, W. V. *Methods of Logic* (fourth edition). Cambridge: Harvard University Press, 1982, pp. 160-162.

<sup>②</sup>关于量化模式的替换规则,这里概括如下:量化模式的替换涉及谓词字母和语句字母的替换。被替换上来的谓词(或谓词模式)的提取形式中的约束变项不得与替换下去的谓词字母的后缀变项相同(规则一),而提取形式中的自由变项也不得为原模式中的量词所约束(规则二)。被替换上来的语句(或语句模式),由于不是谓词和谓词模式,因而没有遵守规则一的问题,但仍要遵守规则二。对这部分内容感兴趣的读者除了可以阅读奎因原著外,也可参阅翟玉章《现代逻辑基本概念和技术》(河南人民出版社2020年版)第十二章的内容。

<sup>③</sup>Quine, W. V. *Methods of Logic* (fourth edition). Cambridge: Harvard University Press, 1982, pp. 182-184.

后的前置量化模式。而全称量词在前、存在量词在后的前置量化模式,去掉其最前面的全称量词,对有效性并无影响。因此,一位量化模式的有效性都可以转化为纯存在式的有效性。

为便于说明和读者理解,我们假定纯存在式中含有两个量词“ $\exists x$ ”和“ $\exists y$ ”,和两个自由变项字母“ $z$ ”和“ $w$ ”。首先,我们将模式中的两个量词全部删除,这样得到的便是这个模式的基体模式。进而,我们对基体模式中的原约束变项  $x$  和  $y$  用自由变项  $z$  和  $w$  来替换,总共有四种替换方式:(1)将  $x$  和  $y$  都替换为  $z$ ; (2)将  $x$  和  $y$  都替换为  $w$ ; (3)将  $x$  和  $y$  分别替换为  $z$  和  $w$ ; (4)将  $x$  和  $y$  分别替换为  $w$  和  $z$ 。这四种替换将各产生一个真值函项模式。原来的纯存在式是有效的,当且仅当上述 4 个真值函项模式的析取式是有效的。但在很多情况下,为了表明纯存在式的有效性,没有必要检验这 4 个模式的析取式是有效的,只要能看出其中的某一个或某两个、某三个的析取式是有效的即可。如果纯存在式中没有自由变项,可以任意指定一个字母,比如“ $x$ ”,用它来替换基体模式中的所有变项,再来检验所得模式的有效性。如果纯存在式中的量词数目退化为零,则可以直接检验它的有效性,因为这是一个没有量词的真值函项模式。

我们举一个例子加以说明。下面这个纯存在式是从对关系推理的经典案例“因为马是动物,所以马头是动物头”的处理中得到的:

$$(1) \exists x \exists y [(Fx \rightarrow Gx) \rightarrow (Fu \cdot Hzu \rightarrow Gy \cdot Hzy)]$$

首先,我们写出其基体模式:

$$(2) (Fx \rightarrow Gx) \rightarrow (Fu \cdot Hzu \rightarrow Gy \cdot Hzy)$$

进而,我们写出对这个基体模式替换得到的 4 个模式:

$$(2-1) (Fz \rightarrow Gz) \rightarrow (Fu \cdot Hzu \rightarrow Gz \cdot Hzz) \cdots \cdots \text{用 } z \text{ 替换 } x \text{ 和 } y \text{ 所得}$$

$$(2-2) (Fu \rightarrow Gu) \rightarrow (Fu \cdot Hzu \rightarrow Gu \cdot Hzu) \cdots \cdots \text{用 } u \text{ 替换 } x \text{ 和 } y \text{ 所得}$$

$$(2-3) (Fz \rightarrow Gz) \rightarrow (Fu \cdot Hzu \rightarrow Gu \cdot Hzu) \cdots \cdots \text{用 } z \text{ 替换 } x \text{、用 } u \text{ 替换 } y \text{ 所得}$$

$$(2-4) (Fu \rightarrow Gu) \rightarrow (Fu \cdot Hzu \rightarrow Gz \cdot Hzz) \cdots \cdots \text{用 } z \text{ 替换 } y \text{、用 } u \text{ 替换 } x \text{ 所得}$$

再往下,最规矩的做法是检验这 4 个模式析取式的有效性。但这样做,工作量甚大,应该是不

得已才为之。在不得不这样做之前,我们可以看看能不能有所简化。只要在这 4 个模式中发现任何一个是有有效的,我们就可得出原模式有效的结论了。经过仔细观察,我们会觉得(2-2)为有效的可能性比较大,因为其中只含有 3 种原子模式:  $Fu$ 、 $Gu$ 、 $Hzu$ 。读者可以自行验证一下(2-2)确实是有效的。

纯存在式方法也可以应用于一些多位量化模式(上面的例子就是一个多位量化模式),只是不能应用于所有多位量化模式,因为有些多位量化模式无法转化为全称量词在前存在量词在后的前置量化式。但令人欣慰的是,虽然并不存在适用于一切量化模式的有效性检验技术,但只要一个量化模式是有效的,我们都可以通过一定的证明程序表明它确实是有效的。

#### 四 一般量化模式有效性的证明方法:奎因方法

奎因在总结 20 世纪二三十年代开始出现的各种自然演绎法的基础上,提出了他自己的量化模式有效性的证明技术,他自己称之为“主要方法”(The Main Method)。之所以有这样的称呼,是因为其他与之相似的自然推理方法都可以从中发展出来。这个方法非常自然、简单、容易掌握,我们将之命名为“奎因方法”。

这个方法严格说来不是用来证明有效性的,而是用来证明不一致性或矛盾性的,但可以很容易地用来证明有效性。大家知道,一个模式是有效的,当且仅当它的否定式是不一致的。因此要证明一个有效模式的有效性,只需证明它的否定式是不一致的即可;要证明一个模式为一组模式所蕴涵,只需证明这个模式的否定式和那一组模式之间是不一致的即可。

那么如何证明一组不一致的模式确实是不一致的呢?首先将需要处理的一组模式中的每一个都做前置化处理,必要时更改其中的约束变项字母,使之异于这组模式中的自由变项;再对这些已经前置化的模式反复进行全称例化(UI)和存在例化(EI),其中存在例化(EI)选用的例化字母须与前面各行的自由变项字母有所不同,直到产生一组矛盾的真值函项模式为止。

举例说明,我们要表明下面两个模式(同样来自关于马头的那个推理)是不一致的:

$$(1) \forall x (Fx \rightarrow Gx)$$

$$(2) \neg \forall x [ \exists y (Fy \cdot Hxy) \rightarrow \exists y (Gy \cdot Hxy) ]$$

(1) 已经是前置化模式了,我们再对(2)做前置化处理,得到:

$$(3) \exists x \exists y \forall z [ Fy \cdot Hxy \cdot \neg (Gz \cdot Hxz) ]$$

下面对(1)和(3)进行例化处理。先做存在例化是比较合理的,因为如果先做全称例化的话,所产生的自由变项是无法被后面的存在例化所用的;而如果先做存在例化的话,所产生的自由变项是可以被后面的全称例化所用的。

$$(4) \exists y \forall z [ Fy \cdot Hxy \cdot \neg (Gz \cdot Hxz) ] \dots\dots$$

用字母“u”对(3)做存在例化

$$(5) \forall z [ Fv \cdot Huv \cdot \neg (Gz \cdot Huz) ] \dots\dots$$

用字母“v”对(4)做存在例化

$$(6) Fv \cdot Huv \cdot \neg (Gv \cdot Huv) \dots\dots$$

用字母“v”对(5)做全称例化

$$(7) Fv \rightarrow Gv \dots\dots$$

用字母“v”对(1)做全称例化

再接着,我们用真值分析法表明(6)和(7)的合取是一个矛盾模式,详见下面的真值分析图 2。

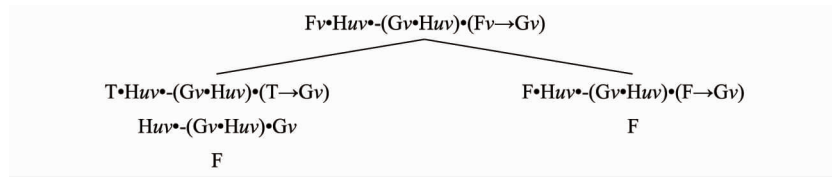


图 2 真值分析

### 五 奎因方法的完全性证明

奎因之所以重视他所谓的主要方法(即我们所说的奎因方法),除了因为它简单易学外,还因为它的完全性可以比较容易地得到证明。奎因本人对此相当自得,并不止一次地谈到这一点。这里引一段《奎因自传》里的文字:

(在《数理逻辑》一书中——引者),我设计了一种符号联结法,并用于证明哥德尔的著名的不完全性定理,大意是说数论不可能有可靠和完全的证明程序。我花了些时间把它同样用于证明哥德尔的完全性定理,大意是说量化逻辑系统能有可靠和完全的证明程序。当我用它完成了这一解释性的证明后,我发现这一证明还是太难懂了。它没有我对不完全性定理的证明那么难懂,但问题是不完全性定理具有根本的颠覆性,而完全性定理却很平常。所以我略去了对完全性定理的证明。我没有想到的是,终于有那么一天,我在我的《逻辑方法》一书中给出了非常容易理解的证明。<sup>①</sup>

前面说过,这个方法严格说来不是用来证明有效性的,而是用来证明不一致性或矛盾性的。

因此这一方法的可靠性在于,只要通过这一方法从一组量化模式中产生出某组真函不一致的无量词模式,就可以断定这一组量化模式是不一致的;而完全性则在于,如果一组量化模式是不一致的,那么就一定可以通过这一方法从中产生出某组真函不一致的无量词模式。关于可靠性的证明是比较简单的<sup>②</sup>,此处只谈完全性的证明<sup>③</sup>。显然,要证明上面的完全性,只需证明:如果通过这一方法从某组量化模式产生的任何一组无量词模式都是真函一致的,那么该组量化模式也是一致的。

让我们假定要考察的一组量化模式的量词已经完全前置化,而且其中任何约束变项都不与自由变项相同,并制定下面的例化顺序。首先是第一波的存在例化。存在量词置前的每一行都只被例化一次。如果在例化过程中产生新的存在量词置前的行,随后立即例化之。然后是第一波的全称例化,前提中已有的和第一波存在例化过程中产生的自由变项全在考虑之列。然后是第二波的存在例化,对象是第一波的全称例化过程中新产生的存在量词置前的行。进而是第二波的全称例化。对在第二波中已经例化过的那些全称量词置前的行,以第二波存在例化中产生的新的自由变

①Quine, W. V. *The Time of My Life: An Autobiography*. Cambridge: The MIT Press, 1985, pp. 143-144.

②Quine, W. V. *Methods of Logic* (fourth edition). Cambridge: Harvard University Press, 1982, pp.192-193.

③Quine, W. V. *Methods of Logic* (fourth edition). Cambridge: Harvard University Press, 1982, pp.203-208.

项为例化变项。对在第二波中新产生的那些全称量词置前的行,则以迄今所有的自由变项为例化变项,如此等等。有一种极端情况需要说明的是:如果要考察的一组量化模式在完全前置化后没有存在量词,而且没有自由变项,我们就随意指定一个字母来做全称例化。

令  $A_1, A_2, \dots$  是前提中的谓词字母与前提中已有的和例化过程中产生的全部自由变项字母结合而成的原子模式。整个过程中产生的每一个无量词模式都是它们的真值函项。假定任何无量词模式的有限集都是一致的,那么:根据无限合取引理<sup>①</sup>,存在着一个对  $A_1, A_2, \dots$  的赋值  $t_1, t_2, \dots$ ,使得每一个无量词模式都是真的。令论域为自然数  $1, 2, \dots$ ,其个数正好等于不同的自由变项的个数;如果不同的自由变项有无限多个,就以全部自然数为论域。根据自由变项的出场次序分别对它们赋值为  $1, 2, \dots$ ,再根据上面对  $A_1, A_2, \dots$  的赋值  $t_1, t_2, \dots$ ,把任何一个一位谓词字母解释成适用于论域中的任何自然数或一些自然数,或不适用于论域中的任何自然数;把任何一个二位谓词字母解释成适用于论域中任何成对的自然数或一些成对的自然数,或不适用于论域中的任何成对的自然数,如此等等。

以上所证明的是:如果任何有限的无量词模式是一致的,那么存在着一种对谓词字母和自由变项的解释,使得每一个无量词模式都是真的。接下来我们来说明,含有一个量词的模式在此解释下也都是真的。我们分存在模式和全称模式两种情况加以说明。对于存在模式,由于它一定会在下一轮的存在例化中得到处理,所以其例化模式一定包含在无量词模式的集合之中。但存在模式是为其例化模式所蕴涵的;既然其例化模式在此解释下为真,那么它本身在此解释下也一定是真的。对于全称模式,由于它并不为其例化模式所蕴涵,论证要复杂一些。我们规定的例化程序可以确保任何全称模式会被所有自由变项所例化。而我们已经知道所有这些无量词的例化模式在上面的解释中都是真的。说全称模式的所有例化模式在上面的解释中都是真的,也就是说全称模式在上述解释中是真的。

以下的过程就一马平川了,只要把上面的说明重复几次(到底几次,视前提模式中含有最多量词的那个模式有几个量词而定),就可以说明每一个前提模式在上述解释中是真的,从而是一致的。

## 六 使用和提及

以上简要说明了奎因对现代逻辑基本技术方面的一些贡献。当然奎因的贡献不止这些,而且他的贡献也不限于技术方法,在基本概念方面也做了不少澄清的工作。这里就不一一细说了,但有一点必须提一下。

有些读者可能对我们行文中提到语句字母时都用引号这一做法觉得不够简洁,去掉引号不是更简洁吗?但这正是奎因所强调的,体现了他一贯所强调的在语言表达式的使用和提及这两者之间的区分<sup>②</sup>。

对这两者的区分贯穿奎因逻辑和哲学研究的始终。这个区别说起来是很简单的。当我们说北京是中国的首都,我们是在使用“北京”这个名称,但并没有提到这个名称,提到的是北京这个城市。而当我们说“北京”由两个汉字所组成时,我们提到的才是“北京”这个名称,而要提到这个名称,我们就只能使用这个名称的名称,方法是把两个汉字加上引号。“这应该是够明显的区别,但在数学著作中,这一区别却会以微妙的方式迷失掉,《数学原理》对两者的混淆产生了数学上的粗糙,也产生了哲学上的混乱。”<sup>③</sup>

回到我们行文中语句字母加引号的问题上来。只要将语句字母代之以具体的语句,加引号的必要性就可以看得很清楚。试比较:

(1)  $p$  和  $q$  都是真的。

(2) 雪是白的和  $2+2=4$  都是真的。

(2)的语法错误是一目了然的。就像“中国是强大的”,其中的主语“中国”是一个名词一样,(2)的主语同样也应该是一个名词,而不能是一个语句,因此它现在这个表述是错误的,应该修改为:

(3)“雪是白的”和“ $2+2=4$ ”都是真的。

<sup>①</sup>这条引理是说:一个由无限多个真值函项模式所组成的集合是一致的,如果该集合的任何有限子集都是一致的。

<sup>②</sup>Quine, W. V. *Methods of Logic* (fourth edition). Cambridge: Harvard University Press, 1982, pp.50-51.

<sup>③</sup>Quine, W. V. *The Time of My Life: An Autobiography*. Cambridge: The MIT Press, 1985, p. 85.

(1)的错误之所以不那么醒目,是因为字母本身是一个名词。但(1)之所以仍是错误的,是因为其中的字母所扮演的正是语句的角色,它们是语句的模型。

有人可能会说:有真假可言的正是语句,所以“是真的”之前就应该填上一个语句!没错,有真假可言的确实是语句,因此以“是真的”为谓语的语句是提及语句的语句。但要提及一个语句,是不能直接使用这个语句的,而必须使用这个语句的名称。把语句加上引号正是形成其名称的手段。

应当指出,这里说到的对语言表达式的使用和提及的区别,可以追溯到弗雷格,罗素也有涉及。但弗雷格和罗素的提法远不及奎因的概括,他们谈的是名字及其命名对象之间的区别(相当于提及和使用一个名字之间的区别),而且在罗素那里甚至还可以找到混淆使用和提及的例子(下面马上就会提到)。奎因终生都在与这个混淆作斗争,他不停地告诫说,这方面的混淆将产生哲学上的混乱。

正是出于对使用和提及一个表达式的区别的充分意识,他竭力反对许多逻辑书中将真值函项联结词“ $\rightarrow$ ”读成“蕴涵”,或者不加区别地读作“蕴涵”和“如果……那么”(可以追溯到罗素<sup>①</sup>),因为“ $\rightarrow$ ”作为联结词的语法要求联结两个语句,而“蕴涵”作为动词的语法要求联结两个名词(在这里是两个语句的名称)。换句话说,“ $\rightarrow$ ”作为联结词要求使用两个语句,即在它的每一侧直接填入一个语句,而“蕴涵”作为动词的语法要求提及两个语句,即在它的每一侧填入要提到的语句的名称。奎因强调,“如果……那么”才是“ $\rightarrow$ ”的正确读法,至少是语法上正确的读法。

奎因在自传中谈到:“今天,使用和提及的区别已经比较为人所注意,与此相关的混乱状况也有改观。模式在带来便利的同时已经极少引起误解了。我认为我在这方面是发挥了作用的。”<sup>②</sup>但实际情况也许并没有那么乐观,至少在中国是这样。我们遗憾地看到,将“ $\rightarrow$ ”读成“蕴涵”或“实质蕴涵”的做法在中国还相当普遍。希望这篇文章对于正本清源能有些作用。

## Quine's Contributions to the Technology of Modern Elementary Logic

DUAN Ling-ling & ZHAI Yu-zhang

(School of Public Administration, Nanjing Normal University, Nanjing 210023, China)

**Abstract:** Quine has made many contributions to the technology of modern elementary logic, some of which are of especially great importance. The first is that he has developed a unified and more convenient form of predicate expressions, which is very helpful for us to understand quantificational schemata and the rules of their substitution; the second is presenting what Quine calls the Main Method (referred to in this article as Quine's Method), which is a natural and simple method to prove the validity of quantificational schemata. In addition, he has given a relatively easy method to prove the completeness of this method. The third is that Quine also repeatedly emphasizes the distinction between the use and the mention of expressions, which has been discussed before by Frege and Russell, but it is Quine who has made the most recapitulative explanations.

**Key words:** W. V. Quine; truth-value analysis; term abstraction; Quine's method; use vs. mention

(责任校对 葛丽萍)

<sup>①</sup>Whitehead A. N., Russell B. *Principia Mathematica* (Vol.1). Merchant Books, 2009, p.7.

<sup>②</sup>Quine, W. V. *The Time of My Life: An Autobiography*. Cambridge: The MIT Press, 1985, p.143.