doi:10.13582/j.cnki.1672-7835.2024.02.006

论牟宗三对“还原公理”的阐释与批判

蒋昊
(浙江大学 哲学学院,浙江 杭州 310058)

摘　要:牟宗三早年对《数学原理》有过深入了解,意识到三大存在公理在其中一线贯穿,它们将《数学原理》建立在假定之上,使数学和逻辑的基础不保,而还原公理又是其中最基础的一环。牟宗三对还原公理进行了实在论指认,并判定《数学原理》由此陷入逻辑与知识双线的“顺逆之交叉”。他进而一方面提出“逻辑一线”的立场,取消了还原公理的假定性;另一方面取消了“顺逆之交叉”而做“双线之骈行”,在知识论上将还原公理改造成“满类公理”。

关键词:牟宗三;《数学原理》;还原公理;逻辑哲学;逻辑主义
中图分类号:B813　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1672-7835(2024)02-0041-10

牟宗三作为“现代新儒家”的代表人物,其最受瞩目的成果,一个是中国哲学的诠释与建构,一个是与之密切相关的康德哲学研究。然而,牟宗三早年长期潜心于研究怀特海、罗素等人的思想,其中,逻辑学可谓他关注的核心,而他的逻辑学造诣在当时也堪称顶尖①。牟宗三早年思想已受到学界持续关注,学界近年也出现了不少研究成果,但逻辑学方面还有很大的探讨空间。

牟宗三走近康德并深入“中土心性之学”,与他早年的逻辑学研究是分不开的。而对怀特海与罗素的合著《数学原理》的消化,构成了牟宗三逻辑学研究中最关键的一环。其中,对贯穿《数学原理》的三大“存在公理”——还原公理、无穷公理和相乘公理的疏解与扭转,又是牟宗三用功至深的一部分。目前学界对牟宗三逻辑学的研究,虽然会提及存在公理问题,但鲜有分析,就笔者所见,唯有刘盈成《牟宗三先生〈逻辑典范〉对于罗素的批评》一文对无穷公理、相乘公理展开了解析,不过限定于《逻辑典范》一书,错过了牟宗三最为重视的还原公理(the axiom of reducibility,又译为“可化归性公理”)。这一公理曾一度使他“困惑之至”,而正是后来对这一公理的了解,使牟宗三意识到了罗素的限制,并下决心予以扭转。这一步工作,牟宗三在《逻辑典范》中略有提及,在《认识心之批判》中有详细展开。事实上,牟宗三特别强调三大公理之“一线贯穿”,而不仅仅将还原公理视为“分支类型论”的一种调节,所以他对还原公理的态度明显与西方主流观点不同:一方面认为三大公理“非彻底承认,则根本取消。不容支节修补也”②,另一方面又指出三大公理在知识论上并非无意义,并从逻辑学和知识论两种意义上对三大公理进行了彻头彻尾的改造。经过这一番批判与改造,牟宗三建立了独树一帜的以“纯理自己”为核心的数学哲学与逻辑哲学。

本文以牟宗三对还原公理的阐释、批判与改造为议题,不仅意在补足当下牟宗三研究的这一缺环,还希望能为《数学原理》研究乃至现代逻辑的相关议题提供新的资源。

一　还原公理在牟宗三学思历程中的意义

在牟宗三思想的起始阶段,逻辑学是占据主要地位的。正如王兴国所说:“牟宗三哲学系统演进脉络的逻辑起点,都在于他对现代逻辑思想

收稿日期:2023-10-12
作者简介:蒋昊(1995—),男,安徽黄山人,博士生,主要从事儒家哲学和逻辑哲学研究。

①即便是牟宗三早年还不太成熟,并且被他本人晚年严厉批评的《逻辑典范》,也受到了金岳霖先生的高度赞许:“直到今日,国内尚无专论逻辑哲学之书,此书为首创。首创之书如此美满,深为国人庆。本审查人认为此书应得特奖第一。”参见刘盈成:《牟宗三先生〈逻辑典范〉对于罗素的批评》,《政治大学哲学学报》(中国台湾),2016 年总第 35 期。

②牟宗三:《牟宗三先生全集(第 11 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 558 页。

与数学思想的批判。”①尽管学界存在着不同意见,如董志威认为牟宗三“思想之开端”包括“直觉”与“逻辑”两方面,并以“直觉”为先②,但逻辑学无疑是早期牟宗三研究中不可忽视的一环。不仅如此,它对牟宗三后来的学思演进也具有重要的发生学意义。一方面,当牟宗三在北京大学师从张申府、金岳霖、张东荪等先生学习数理哲学和西方哲学,并经历了对逻辑学的进一步思考之后,他愈发“不能同意时下讲逻辑的人之自处于形式主义与约定主义”,若如此,“则逻辑与数学之必然性与定然性决不能保”,要保住后者,“则必有其理性上的先验根据”,而这一先验根据不必“有存在学方面的牵连”,它“必落于‘知性’上”。如是,牟宗三才“由约定主义进至先验主义”,“敲开了康德哲学之门”,这一过程,乃是“理之逼迫”③。另一方面,接受了现代逻辑学洗礼的牟宗三,又不能满足于康德的逻辑学,于是他欲融合《数学原理》和维特根斯坦的《逻辑哲学论》(牟译《名理论》),试图重写康德的《纯粹理性批判》,这便是《认识心之批判》这一巨著的完成,牟宗三自称“此书一成,中土心性之学朗然在目矣”④。

在上述由现代逻辑与数学走向康德和中土心性之学的历程中,牟宗三对罗素与怀特海合著《数学原理》的消化,当为最核心的一环。《数学原理》这套 1910—1913 年初版的 3 大卷巨著⑤不仅篇幅极大,而且内容艰深。黄颂杰曾在 2002 年说:

> “我国的西方哲学学者都知道罗素和怀特海合著的《数学原理》,却没有人去关注研究,迄今也无中译本,其内容究竟如何,为何西方学者十分看重,我们没有发言权。”⑥

《数学原理》在西方世界的确有很大的影响⑦。20 年来,国内的《数学原理》研究已有进展,而林静霞作为研究者之一,于 2022 年重提了黄颂杰的判断,并宣称“这个局面迄今仍亟待改变”⑧。事实上,近 100 年前,《数学原理》正是“清华逻辑学派”的重点研究对象,其中的诸多成果,仍需我们重新发现。牟宗三与该学派有很深的渊源,对《数学原理》,他曾一边“一个一个命题去抄写、演算”,一边“体会它的意义”⑨,可谓用功至深。在此过程中,他意识到《数学原理》系统以具有假定性的存在公理作为前提,而这种假定性也极大地影响了《数学原理》的“逻辑主义”目标——将数学化归为逻辑——的实现。对无穷公理和相乘公理,牟宗三很快便了解其意,但对还原公理则一度“困惑之至”。不仅是牟宗三,这一困惑也在金岳霖、沈有鼎和张遂五那里发生。根据牟宗三的记录,他们有一次在金岳霖家里讨论,最终“无结果而散”,直到 1938 年牟宗三迁居南宁乡下,在一次课后散步时,“忽然得着了一隙之明”,从此以后“才渐渐明白了”⑩。悟得还原公理

---

①王兴国:《哲学地建立中国哲学——牟宗三哲学论集》,中国社会科学出版社 2022 年版,第 123 页。

②董志威:《牟宗三思想的开端——牟宗三 1928-1938 年时期本体论与方法论研究》,中山大学博士学位论文,2018 年。

③牟宗三:《牟宗三先生全集(第 27 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 42—43 页。

④牟宗三:《牟宗三先生全集(第 32 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 72 页。

⑤《数学原理》在 1925 年出了第二版第一卷,1927 年出了第二版后两卷,张家龙先生说罗素在该版中放弃了还原公理,但据笔者对照,第二版仍然保留了第一版中有关还原公理的论述,似乎只是在前言对第二版的介绍中说要对还原公理进行改进,并提及崔斯泰克(Leon Chwistek)、维特根斯坦等人的说法,但并没有一个让他完全满意。所以,所谓放弃还原公理,或许是指罗素期待着一个新的理论或系统的诞生,以完成《数学原理》未尽的任务。参见张家龙:《罗素的逻辑与哲学探究》,中国社会科学出版社 2021 年版,第 106 页;Alfred North Whitehead& Bertrand Russell. *Principia Mathematica*, Second Edition, Volume Ⅰ. Cambridge: Cambridge University Press, 1927, p.XIV.(本文所引《数学原理》皆为第二版)。

⑥黄颂杰:《20 世纪西方哲学经典及其学术影响》,《哲学动态》2002 年第 2 期。

⑦“1999 年 12 月美国《哲学论坛》(*the Philosophical Forum*)发表的一份调查报告显示,在美国和加拿大五千多名哲学教师推选出的 20 世纪哲学经典中,《数学原理》高居第五位。”(张建军:《逻辑悖论研究引论》,人民出版社 2014 年版,第 55 页。)英国哲学家 A.C.葛瑞林较为全面地考察了罗素对当代哲学的影响,并判断“《数学原理》的构想以及罗素为了克服实现这种构想的技术困难而做的尝试之所以有价值,主要在于它在哲学中所起的作用而不是在数学史上的地位”(A.C.葛瑞林著,张金言译:《罗素对当代哲学的影响》,《哲学译丛》1998 年第 2 期。),反映了《数学原理》的贡献更集中在哲学方面,奎因甚至认为该书是“20 世纪哲学的胚胎”(参见同上)。尽管《数学原理》在符号使用等方面被后来的理论代替,但它在数学史上的地位也是不容忽视的,R.L.古德斯坦则认为,“在某些方面,《数学原理》代表了理智成就的一个高峰;特别是附有可还原性公理(笔者按:即本文考察的还原公理)的分支类型论是逻辑和数学全部文献中最精细和最富创造性的概念之一”(参见同上)。

⑧林静霞:《罗素类型论的一种唯名论解释》,《哲学研究》2022 年第 6 期。

⑨牟宗三:《牟宗三先生全集(第 32 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 59 页。

⑩牟宗三:《牟宗三先生全集(第 32 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 61 页。

之意后,牟宗三意识到:

> 这三个公理是一线相穿的,都是在存在方面有所假定。故一起可名曰“存在公理”。此即为罗素的“实在论的数学论”。一方透示了一个多元的形上学、逻辑原子论的多元论,一方奠定数学的存在方面的基础,使数学归于一个多元的形上学,建基于逻辑原子论上。这个意思,我既弄明白了,我即开始有了怀疑。由怀疑,有了转向。我断定这是“实在论的数学论”,(维特根什坦亦如此断定),也是双线的数学论:一线是逻辑的,一线是存在的。讲数学,为什么要双线进行呢? 数学要靠三个假定,建基于一个由假定而成的形上学上,然则数学本身的自足独立的必然性在那里呢? 这两个疑问使我必须扭转罗素的数学论①。

扭转的结果,便是断定逻辑推演系统只是“纯理之自己展现”:

> “纯理自己”一词之提出,一方保住了逻辑之自足独立性,不依靠于任何外在的形上学,一方保住了逻辑的必然性与超越性……
>
> “纯理自己”之展现既成,则复大常而识定然。此大常而定然者归宿何处乎? 此问一起,直敲“认识主体”之门,而见“超越的逻辑我”之建立。于是,康德哲学之全体规模朗然在目矣……②

这一历程,对牟宗三的影响是巨大的:

> 这使我真正地进入哲学之域。我得到了在哲学上独立说话的思辨入路,我已确然涌现了安排名数,说明知识,进窥形上学的全部哲学系统之架构。这就是我所谓“架构的思辨”。这是一步积极的、真正的哲学工作③。

综上,牟宗三对《数学原理》三大存在公理的了解,使他决定扭转罗素的数学论,成立“纯理”逻辑观,并走向康德哲学,真正进入哲学领域。其中,还原公理不仅是促成牟宗三透彻了解《数学原理》的最后一道“关卡”,在牟宗三看来,它还是《数学原理》“以类构数”的前提,无穷公理和相乘公理都是在以类构数之后才发生的,所以还原公理可谓存在公理之首。这一意义,在了解了还原公理的含义之后便能透出。

二　牟宗三对还原公理的阐释

《数学原理》中说:

> 引入还原公理是为了使大量推理合法化,这些推理中,乍一看,我们关注的是“a 的所有性质”或“所有 a 函项”等概念,然而,对于这些概念,我们几乎不可能怀疑它们有任何实质性的错误。④

这种“使大量推理合法化”的要求,是为了应对后来学者称为“分支类型论”的理论造成的结果:很多明显无误的推理,尤其是大量数学推理被分支类型论禁止了。因此,还原公理自然可被视为分支类型论的一种调和,当前学界也往往将还原公理放在类型论后面论述,而暂不涉及无穷公理和相乘公理的问题⑤。对还原公理的源起和基本内容的介绍,已有不少成果可供参考,笔者在此只简述其要点。

(1)20 世纪初,集合论成为数学大厦的基础,而集合论的“概括原则”规定任一特征属性均可定义一个集合,可符号化为:$(\forall x)(\forall P)(\exists S)[(x \in S) \equiv Px]$。性质可用命题函项 $\Phi\hat{x}$ 表示,x 上的“ˆ”是一个空位符号,$\Phi\hat{x}$ 即 $\Phi()$,比如集合{刘备,关羽,张飞}可用函

---

①牟宗三:《牟宗三先生全集(第 32 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 62 页。

②牟宗三:《牟宗三先生全集(第 32 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 62—63,64 页。

③牟宗三:《牟宗三先生全集(第 32 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 65 页。

④Alfred North Whitehead,Bertrand Russell. *Principia Mathematica*, Second Edition(Volume Ⅰ). Cambridge: Cambridge University Press, 1927, p.56.

⑤西方学者对还原公理的批评,是放在类型论的脉络中进行的,参见张安民:《罗素类型论研究(二)》,《河南社会科学》2005 年第 3 期。国内学者对还原公理的论述也遵循着这个思路,相关成果有:张家龙:《数理逻辑发展史——从莱布尼兹到哥德尔》,社会科学文献出版社 1993 年版,第 254—255 页;陈波:《逻辑哲学研究》,中国人民大学出版社 2013 年版,第 277 页;张建军:《悖论:人类理性之谜》,中国社会科学出版社 2019 年版,第 60 页;张安民:《罗素类型论研究(一)》,《河南社会科学》2005 年第 2 期;李巍:《关于罗素的类型论和还原公理》,《重庆理工大学学报》2013 年第 27 卷第 9 期等。其中,张家龙先生在介绍还原公理之前,也论述了无穷公理和选择公理(即相乘公理),但并未涉及三个公理的关系。

项“(桃园结义者) $\hat{x}$” 定义,而 $\Phi\hat{x}$ 又是一种谓词逻辑形式,所以数学有了奠基于逻辑的可能,此即“逻辑主义”观点。(在不发生歧义的情况下, $\Phi\hat{x}$ 亦简写为 Φx。)

(2)多种悖论,尤其是“罗素悖论”的发现,动摇了数学的集合论基础,引发“第三次数学危机”。罗素悖论可简要表述为:以“不属于自己”为特征属性构造集合,当该集合属于自己时,根据它的性质,它不属于自己;当该集合不属于自己时,它又属于自己,因此该集合不能成立。这就意味着集合论的概括原则是有漏洞的。

(3)罗素于 1903 年提出类型论以解决罗素悖论,这种类型论后来被称为“简单类型论”,将集合中的分子、集合、集合的集合……从低往高划分成不同的“类型”,只有当 a 比 b 低一个类型时,才能说 $a \in b$, 于是排除了 $x \in x$ 的情况,即不能以“属于自己”与否构造集合,罗素悖论便不会发生。

(4)简单类型论有很大的特设性和局限性,比如它不能解决很多其他的逻辑悖论,包括困扰人类两千余年的“说谎者悖论”。而逻辑悖论是对逻辑的挑战,也构成了逻辑主义的威胁。在经历了数年的思考之后,罗素提出了新的类型论以解决逻辑悖论,后来被称为“分支类型论”。

(5)简单来说,分支类型论是在简单类型论所划分的类型之间,再划出不同的“层级”:一个命题函项 Φx 若包含了全称量词而成为 $(\forall x)(\Phi x)$,就会涉及变元 x 之整体。若由命题函项 Φx 构造集合, Φ 为该集合的特征属性,那么 x 之整体既不能与任一 x 一样,构成该集合的分子;在出现更高类型的函项,如 $(\forall x)\ F(\Phi x)$ 时,也不能同任一 Φ 一样,作为以 F 为性质的更大集合的分子,所以它被单独分出来以成“类中之级”。

(6)分支类型论之所以要对付“ x 之整体”,是因为这种整体有可能造成“恶性循环”,比如说谎者悖论相当于命题 p':“我正在断定一个命题 p, 而 p 是假的”,于是,当 p' 为真时, p 是假的; p' 为假时, p 是真的。但 p' 实际上就是“我正在断定的命题”,即: $p = p'$, 这便构成了严格的悖论形式。若将 p' 视为只有 p 一个分子的集合 α, 那么 p' 作为 α 的整体,会不断地加入到 α 中,循环不止,于是集合 α 的外延永远确定不下来,形成恶性循环从而造成了悖论。分支类型论则将作为集合 α 之整体的 p' 划分出去,从而与作为 α 之分子的 p 区分开来,即 $p \neq p'$, 便终止了恶性循环,解除了说谎者悖论。

(7)但是,分支类型论对现有的数学理论产生了损害。比如,它禁止“所有实数”这一表达①,所以,《数学原理》引入还原公理以解救既有数学理论,其基本公式是:

$\vdash:(\exists\psi):\Phi x.\equiv_x.\psi!\ x$ ②。

用现代通用符号表示为“ $\vdash:(\exists\psi)[(\forall x)(\Phi x)\equiv\psi!\ x]$”,其中,全称量词“ $\forall x$ ”只约束“ Φx”,而并不约束“ $\psi!\ x$”。 该式即断定:存在一个谓词 ψ, 对所有个体 x 来说,它的任意一个函项 Φx 总能与一直谓函项 $\psi!\ x$ 等值。所谓“直谓函项”,简单来说就是在函项 Φx 中, Φ 比 x 高一个类型,且没有全称量词约束 x, 此时,可以加一个“!”符号在其中,表示为 $\Phi!\ x$。 还原公理是假定:一定存在一个直谓函项 $\psi!\ x$, 它与任一非直谓函项 Φx 等值。而 $\psi!\ x$ 又可以通过拆解 $(\forall x)(\Phi x)$ 中被全称量词约束的变元,转化为一串析取式或合取式而得到。又因为 Φx 和 $\psi!\ x$ 只有直谓与非直谓的规定,它们可以包含各种类型的情况,所以上述还原公理的公式还是非常模糊的,要了解其确切含义,还不得不在某一特定类型上,“通过一些特别的事例来说明”,《数学原理》便通过一个二阶的例子——“拿破仑具有成为一个伟大将军的所有品质”来说明③。

不过,牟宗三指出《数学原理》“此例不甚恰”,并换成“孔子有为一大圣之一切特性”以解读还原公理,为表达得更清楚些,笔者改述如下④:

(1)“孔子有为一大圣之一切特性”也就是“孔子(Confucius,用 c 表示)有为一大圣(sage,用

①相关内容较为复杂,牟宗三有所提及。参见牟宗三:《牟宗三先生全集(第 25 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 64 页。

②Alfred North Whitehead& Bertrand Russell. *Principia Mathematica*, Second Edition(Volume Ⅰ). Cambridge: Cambridge University Press, 1927, p.56.

③Alfred North Whitehead& Bertrand Russell. *Principia Mathematica*, Second Edition(Volume Ⅰ). Cambridge: Cambridge University Press, 1927, p. 56-57.

④《牟宗三先生全集(第 19 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 558—562 页。

S 表示)之一切谓词”,可符号化为:

$(\forall\Phi)[S(\Phi!\,\hat{z})\supset\Phi!\,c]$。

这一表达式是笔者根据《数学原理》的模式所进行的改写。牟宗三所写公式更为复杂一些。

(2)“一切谓词”指的是成为一大圣人所必需的种种谓词,如“大而化之”(“exercises a transforming influence”,用 E 表示),“应物而无累于物”(“responds to affairs without being burdened by them”,用 R 表示)等所组成的“综体”,而此“综体”本身不能作为一个谓述孔子的谓词。这样一来,上述表达式可拆解为:

$S\{[(E!\,\hat{z})\wedge(R!\,\hat{z})\wedge\cdots\cdots]\}\supset\{[(E!\,\hat{z})\wedge(R!\,\hat{z})\wedge\cdots\cdots]c\}$。

该式的含义为:“大而化之”的、“应物而无累于物”的等等都是成为一大圣人的谓词,而这些谓词一一为孔子所有。其中,这些谓词形成一长串合取式,而每一个合取支都为 S 所谓述,即:都表示圣人的性质。还原公理公式中的“Φx”在此例中为 $(\forall\Phi)S(\Phi!\,\hat{z})$;“$\psi!\,x$”便是“$S$(合取式)”的简写。后者消去了前者中的全称量词。

(2.1)如果该合取式的合取支是有限的,那么它也就是对全称命题的完全列举,其得出为逻辑的必然,还原公理便没有假定性可言,也不成为一“公理”。

(2.2)当合取支为无限时,那些没被我们列举的谓词[①]便超出了我们的认识,我们无法保证这些品质一定会有其谓述的对象,若无此保证,这些品质将落空,从而影响整个合取式的成立,其简写 $\psi!\,x$ 之存在与否也就存疑了。还原公理之所以是公理,便是假定这些列举不尽的谓词所谓述的对象一定存在,即这些谓词一定存在。

(2.3)《数学原理》以析取式进行说明,根据这种方式,$\psi!\,x$ 便表现为所有圣人各自之确切生时的析取,虽然也说得通,但相较之下,远没有牟宗三所用之合取式自然妥帖。

(3)《数学原理》中的拆解仅到谓词而止,牟宗三则进一步论及个体的情况,因为圣人不止孔子一个,比如还有舜(s),而每一个圣人都可构成上式中的变量“z”,于是,(2)又可进一步拆解为:

$S\{[(E!\,s)\wedge(E!\,c)\cdots\cdots]\wedge$

$[(R!\,s)\wedge(R!\,c)\cdots\cdots]\wedge$

$\cdots\cdots\}\supset$

$[(E!\,c)\wedge(R!\,c)\wedge\cdots\cdots]$

该式的括号繁多,故分行来写,其大意是:舜是“大而化之”的,孔子是“大而化之”的,某某某是“大而化之”的……并且舜是“应物而无累于物”的,孔子是“应物而无累于物”的,某某某是“应物而无累于物”的……除了“大而化之”“应物而无累于物”之外,还有其他诸多谓词为舜、孔子和诸多个体拥有,而这些谓词皆为圣人的谓词,孔子也一一具有这些谓词。

(4)至(3)为止,一切被全称量词约束的变项都化为常项,可谓一览无余,而如果同(3)一样考虑个体的情况,(1)应该改写为:

$(\forall\Phi)(\forall z)[S(\Phi z)\supset\Phi!\,c]$。

这样,才有 $(\forall\Phi)$ 和 $(\forall z)$ 的两步拆解,如果出现了更高阶的谓词,所拆解的步骤也就更多。

(5)然而,如果考虑每一层谓词以至于个体的拆解,是无法写成有形的公式的,所以还原公理的公式依然是:

$\vdash:(\exists\psi)[(\forall x)(\Phi x)\equiv\psi!\,x]$。

(6)若将还原公理拆开,便能将其切实化为:

$(\forall x)(\Phi x)\equiv\Phi a\wedge\Phi b\wedge\Phi c\cdots\cdots$

这是个体层面的拆解。

(7)至于一阶谓词的拆解,还原公理则切实化为:

$[(\forall\Phi)S(\Phi x)]\equiv S[(\Phi!\,x)\wedge(\psi!\,x)\wedge(\lambda!\,x)\cdots\cdots]$。

(8)更高类型的拆解,也以此类推,但公式无穷无尽,这也就是《数学原理》中所说的“还原公理等值于以下假设:任何谓词的合取或析取与一单个的谓词等值”[②]。

以上具体公式虽然是由笔者按照现代逻辑符号的标准改写的,但基本内容都来自牟宗三,体现了他对还原公理的深入了解。在此基础上,牟宗三展开了批判。

①《数学原理》在一个注释中解释道:“这里的合取或析取应该被内涵地(intensionally)给出。如果被外延地(extensionally)给出(也就是通过列举而给出),便不需要假定了;但在外延给出的情况下,谓词的数量必须是有限的。” Alfred North Whitehead& Bertrand Russell. *Principia Mathematica*, Second Edition(Volume Ⅰ). Cambridge: Cambridge University Press, 1927, p. 59.

②Alfred North Whitehead& Bertrand Russell. *Principia Mathematica*, Second Edition(Volume Ⅰ). Cambridge: Cambridge University Press, 1927, p. 58-59.

三　对还原公理的逻辑学批判

在《数学原理》中,“等”与“类”这两个基础概念是经由还原公理建立的。对于二者,牟宗三都通过不需还原公理的方式予以重建。本文只论后者,因为还原公理与“类”的关系问题,关乎牟宗三还原公理批判的枢纽。

在《数学原理》中,数的概念是通过类建立起来的。着眼于类的成立问题,牟宗三常常将还原公理与类型论一体视之,比如:

> “还原公理兼赅遮表二义。由类型说以避免循环与矛盾,此遮义也。由其自身而成就“类”,则表义也。”①

此处的“类型说”指的是分支类型论,而分支类型论只是将全称量词所带来的整体划分为“类中之级”,但这些“综体”本身,却不能归入任何一个类型当中。又:所谓“类”即集合只能在特定类型中成立,那么这些综体必然无法归入任何一“类”。正是在这个意义上,牟宗三说类型说只是还原公理之“遮义”,在消极意义上避免恶性循环而已。而还原公理之“表义”,则是公理本身可以将全称量词消除,将综体消灭,各分子便得以“各归其类”。正是这个“表义”,“与类之成就有关键之关系”②。

此义既明,牟宗三进一步指出“类”和还原公理的实在论立场。“类”在罗素那里是一种“不完全记号”即逻辑虚构,似与实在无关③,但牟宗三指出“类下的分子,则可独自存在,此可谓完全记号矣”④。反映在还原公理上,第一,还原公理可以做个体层面的拆解,当个体无穷时,还原公理也就等于是假定这些个体必然存在了;第二,做谓词的拆解时,谓词的存在又是以其“对象”的存在为基础的,终究逃不开个体层。

当然,断定个体之存在未必就是断定这些个体在现实中存在,事实上,牟宗三提出的“游戏存在论”便是一反例,后文详述。但在《数学原理》这里,一来所谓“个体”被罗素规定为“亲知”的对象,有现实中的知识论意义;二来极其重视有穷无穷之区别,这恰恰是一种顾及现实存在的思维,因为如果只谈逻辑而不涉现实,那么无穷完全可以是一种思维上的置定。比如对“独角兽”这一假想物,无论其数量有穷无穷,都可在思维中置定,而与现实无关,但还原公理却以无穷为一重大问题,又会另外引出一个无穷之独角兽一定存在的假设,这在逻辑上实为无谓之举。

对还原公理的实在论意味,牟宗三细致地分析道:

> 普通说还原公理是“经验的”(empirical),此“经验的”一词不妥。照拉谟塞(笔者按:即 F. P. Ramsey,一般译为“莱姆塞”)的追讨,它可以是“经验的”;但其本身之成立,却不是经验的。自然科学里的命题是“经验的”,而此公理则是对付客观时所定的一个方法上的“设准”:它是“经验上的”,而不是“经验的”。如果我们自主观如何构造客观起,则此公理是必须的。如果我们自逻辑或纯理起,则此公理不但不必须,而且无意义⑤。

简而言之,还原公理并没有直接涉及现实经验,但它又是为了认识论目的而建立的“方法上的设准”,即为认识现实存在而准备的。虽然牟宗三认为经验知识的成立离不开逻辑,逻辑具有实用的意义,但他又强调“理性中之理则决不会是经验的”,需要回到“逻辑本身(logical-itself)”⑥,方能认识逻辑的本性。而《数学原理》恰恰是因为顾及了知识,才引出了三大存在公理,这在还原公理处尚属“小疵”,而到了无穷公理和相乘公理处却养成“大弊”⑦,三者彻底将数学与逻辑建立在假定之上,牟宗三感叹道:“推之,人类的理性也是假定的。这将会成什么局面!⑧”

---

①牟宗三:《牟宗三先生全集(第 19 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 549 页。

②牟宗三:《牟宗三先生全集(第 19 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 567 页。

③不少学者关注到这一点,并把罗素的“唯名论”立场与“唯实论”立场相对照,但这一对照与牟宗三指认的“实在论”并不在一个层面上。参见张安民:《罗素类型论研究(二)》,《河南社会科学》2005 年第 3 期;刘盈成:《牟宗三先生〈逻辑典范〉对于罗素的批评》,《政治大学哲学学报》(中国台湾),2016 年总第 35 期;林静霞:《罗素类型论的一种唯名论解释》,《哲学研究》2022 年第 6 期。

④牟宗三:《牟宗三先生全集(第 11 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 551—552 页。

⑤牟宗三:《牟宗三先生全集(第 11 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 556 页。

⑥牟宗三:《牟宗三先生全集(第 11 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 8 页。

⑦牟宗三:《牟宗三先生全集(第 11 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 558 页。

⑧牟宗三:《牟宗三先生全集(第 11 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 583—584 页。

尽管牟宗三与西方学者如莱姆塞一样,也对《数学原理》太重“恶性循环原则”的做法提出批评,但他强调这个毛病罗素已有所见,并不能从根子上解决问题。所以,牟宗三对还原公理的批判,其要义在于提出“逻辑一线”论以扭转《数学原理》兼赅逻辑与存在之双线的做法:

> 吾如进而决定废弃此公理,吾必须严格遵守逻辑一线之立场,此即言吾必须废弃牵涉存在之思想。盖即规定类型矣,亦不必牵涉存在始能规定之。两者并不相函,也无逻辑之关系。全称命题,如所指述者为共相下之分子,吾人即应对此分子之存在意义有规定①。

在牟宗三看来,罗素所谓类型论不过揭示了思维本有的层次,它“只为既成事实之说明,并非谓此事实因此说明而始成”,在一般情况下,对全称命题的使用完全不会引出悖论:

> “凡人有死”无人想其为循环;惟于“凡言语皆虚妄”始有此不幸之遭遇。可见“凡”字并非根本不合法,循环亦非“凡”字所固具,亦非普遍之现象。然则其为外铄,其为偶然,亦显矣②。

在牟宗三看来,所谓悖论只产生于逻辑与经验的混淆,若恪守逻辑之一线,便不会发生。还是以上述“说谎者悖论”为例,之所以发生循环,是因为 p 和 p' 在“事实上”是同一个命题,但逻辑不必对现实负责,我们正在断定的命题不必同现实一样只能是一个③,若避开了这个前提,p 就不等于 p',那么恶性循环也不复存在。牟宗三对悖论另有专门的探讨,在此不再详述,这里只用以说明上文中“不必牵涉存在始能规定类型”的意思。我们进一步来看“吾人即应对此分子之存在意义有规定”这句话,这一规定是:

> 全称命题为一逻辑陈述,不必有本体论之根据,亦不必牵涉于存在;亦不必肯定有存在,或以存在之假设为条件。乃直与存在不相干。吾人之说此命题也,自逻辑与数学而言之,并不顾及外面之存在④。

对存在意义的规定是“与存在不相干”,又当如何理解?这便涉及牟宗三提出的“游戏存在论”:

> 然吾可谓此存在实为逻辑之置定。徒以全称命题之本义涉及此分子,遂置定此分子。其存在义只系属于此命题之本义之如此涉及此分子,而对于外面之存在却不负责任。故其存在纯为逻辑者,纯由内出而置定之,而不涉及外面本有只存在之外陈。吾名此为游戏存在论⑤。

“游戏存在论”之所以能够成立,在于牟宗三以无知识含义的推理为逻辑之根本⑥。而全称命题中的分子可以与现实无关,最典型的表现是:当推理前提为事实上的假时,推理依然有可能成立。比如,现构造这样一个三段论:

> 大前提:所有独角兽都是没有角的;
> 小前提:α 是独角兽;
> 结论:α 是没有角的。

现实中没有独角兽,小前提必然不合事实,即便在想象的世界中,“独角兽”也应该有一只角,这是由它的定义决定的,所以大前提也直接与“独角兽”的定义矛盾,但这都不影响上述三段论的成立。所以,逻辑推理如同“游戏”,我们可以任意设定前提,逻辑推理的有效性只依赖于前提与结论之间的逻辑关系,而不与任何现实存在相关,甚至也不与语言的使用习惯相关。

在“游戏存在论”的意义上,还原公理中涉及的无限多的谓词与个体,也都是“游戏之存在”,被严格限定在逻辑之“思”而非现实之“有”的层面。而在牟宗三看来,真正的无限只能在“思”上展开,而不能在“有”上落实,这便是他的“无穷之劈分说”,即“无穷只是于分割上所显的一个无底

①牟宗三:《牟宗三先生全集(第 19 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 573—574 页。

②牟宗三:《牟宗三先生全集(第 19 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 573 页。

③笔者这个解析自然有莱布尼兹“可能世界”说的影响,但在笔者看来,“可能世界”打破了现实世界的局限,与牟宗三的“逻辑一线”或“逻辑独立”说是相通的。罗素也承认莱布尼兹的说法可以保住“逻辑的尊严”:“逻辑学家应保持一种尊严,他不可俯身屈就,只由它周围所见的东西推求论证”。伯特兰·罗素:《数理哲学导论》,晏成书译,商务印书馆 1982 年版,第 201 页。

④牟宗三:《牟宗三先生全集(第 19 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 574 页。

⑤牟宗三:《牟宗三先生全集(第 19 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 574 页。

⑥牟宗三:《牟宗三先生全集(第 11 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 490 页。

止的前程”[①]。现实中,不仅无穷之项数不可能存在(这是康德意义上的“先验幻象”),无穷之分割也不能实现,后者是理性的固有权利。依此无穷观,还原公理的假定便不再需要。因为根据上文,还原公理之所以为一“公理”,在于它假定了全称命题带来的含有无限分子的“综体”能够与一长串合取式或析取式等值,而前者无限,后者有限,使得我们无法保证后者能够穷尽前者。但经过分析,前者的无限不能是既有的无限项,只能是理性的无限进程;后者的有限来自于我们实际认识的有限性。若我们恪守“逻辑一线”的立场,那么后者虽从理性之思的具体步骤开始,但排除了知识论因素后,便没有理由对这些步骤进行限制,它也可以无限延伸,从而“追上”前者而与之达成统一。

还原公理的假定性由此被取消,反映在公式上,则需将“ $\vdash: \exists\psi$ ”这一断言取消即可,成为:

$(\forall x)(\Phi x) \equiv \psi!\ x$。

这个公式表示什么?牟宗三没有明说,笔者认为,不妨称之为“还原定理”,它将含有全称量词的函项还原为无量词的函项。可以发现,该定理与现在通行的“全程列举规则”(UI)有相通之处,后者的公式是:

(1) $(\forall u)(\cdots u\cdots)$

(2) $/\therefore(\cdots u_n\cdots)$[②]。

而“还原定理”在个体层面,实际上就是:

(1) $(\forall u)(\cdots u\cdots)$

(3) $/\therefore(\cdots u_1\cdots) \wedge (\cdots u_2\cdots) \wedge \cdots \wedge (\cdots u_n\cdots) \wedge \cdots$。

若我们再根据简化式(Simp),便能从(3)式得到(2)式。不仅如此,若将“还原定理”应用于析取式,就能与“存在列举规则”(EI)发生同样的关系。这样看来,如果“还原定理”能够成立的话,便可以丰富当下的量词规则。

四　对还原公理的知识论改造

根据集合论的概括原则,集合可被一函项或性质贯穿,而这样的集合必定是一个“满类”,比如以“是人”作为性质,那么由之成立的“人类”包含了所有人,无一遗漏而谓“满”。这在逻辑上是没有问题的。但牟宗三意识到,在知识论上,有关某个类的知识只能通过归纳获得,但归纳之历程是有限的,对科学命题所涉及的“所有”对象,我们恐怕难以将其穷尽,牟宗三将这一事实称为“概然公理”[③],之所以叫“公理”,是因为能否穷尽一个满类,不能从逻辑上必然得出。基于这一事实,所谓“满类”只能来自于理性的理想性,而不能得到确证[④]。

满类难以得到满证,并不意味着满类就是无穷。而罗素引出三大存在公理,恰恰是将知识上“满类”的无法获得与逻辑上的无穷劈分混在一起的结果:因顾及逻辑与数学的实用性[⑤],便意图为本属于逻辑上的无穷赋予知识含义,但知识上无法证得无穷,遂求助于公理。牟宗三形象地说,这是让逻辑“下凡而求偶于事实。然茫茫大地,将从何处而求耶?”[⑥]

在牟宗三看来,要解决存在公理,既可以回归“逻辑之一线”,又可以彻头彻尾地在知识论上安立。罗素从逻辑开始,无凭据地引入知识,于是二者“陷于一顺一逆之双线交叉中而奋斗其统系”[⑦]。若要谈知识,起脚处也当是知识。不过,逻辑可以独立于知识,知识的形成却不能离开逻辑的参与。那么,我们不能说“知识之一线”,知识只能是“双线”:

> 将此纯理(笔者按:即逻辑)之一面归于理解(笔者按:这里的“理解”相当于康德的“理论理性”,即知性,对应于经验知识)中,而明知识之构成及限度,

①参见牟宗三:《牟宗三先生全集(第 11 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 591 页。张晚林指出牟宗三“显然认同的是数学中的‘潜无穷’而不是‘实无穷’”。牟宗三本人也意识到这一点,他认可了直觉主义数学观的“潜无穷”,但又认为布劳威尔“证成有限论的思路固无可取”。参见张晚林:《牟宗三的数学哲学述评》,《自然辩证法研究》2009 年第 8 期;牟宗三:《牟宗三先生全集(第 11 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 574 页。

②改写自保罗·蒂德曼,霍华德·卡哈尼:《逻辑与哲学:现代逻辑导论(第九版)》,张建军、张燕京等译,中国人民大学出版社 2017 年版,第 300 页。

③牟宗三:《牟宗三先生全集(第 19 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 544 页。

④牟宗三:《牟宗三先生全集(第 19 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 544—546 页。

⑤罗素正是以数学的实用性反对皮亚诺的数学论。参见伯特兰·罗素:《数理哲学导论》,晏成书译,商务印书馆 1982 年版,第 13 页。

⑥牟宗三:《牟宗三先生全集(第 19 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 590—591 页。

⑦牟宗三:《牟宗三先生全集(第 19 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 591 页。

此谓双线之骈行,而非顺逆之交叉①。

要做到“骈行”,便不能意图用知识来回答逻辑上的置定,如无穷问题。将这一立场落实于还原公理,牟宗三首先用类的符号将其表示为:

$\hat{z}(\Phi z) \equiv \hat{z}(\psi!\ z)$ 。

其意是:由任意函项形成的类等值于某一直谓函项形成的类。牟宗三对此分析道:

吾人于此特注意等号后之一项。依次,此一符号式,自还原公理而言之,有三义:一、此两函值为等值,故所定者为同一类;二、此类以指谓(笔者按:即直谓)函值之实有,故必为存在类;三、指谓函值之实有为经验者,而非必然者,对还原公理言,第三义为主义。然对吾现在所言者,将以第二义为主义②。

第二义只说到直谓函项所形成的类是存在类,而第三义则进一步解释该类之所以是存在类,所依据的是现实中的经验而不是逻辑上的必然。在牟宗三看来,第三义的解释是不必要的,因为若做“双线之骈行”,那么起脚处便是论知识,这样,现实经验之依据必在其中,这是不言自明的事;罗素则交叉双线,所以要在此处作一区分,但在这个区分下,以经验来保证直谓函项之实有,也只能是一种假定而已,故不能真的保证。这样一来,上式在牟宗三这里便不存在直谓函项之为实有的假定,即“自失还原公理之意义”③。但上式依然具有假定性,其假定之处在于:由直谓函项所贯穿的分子能得满证,从而与全称命题下的分子等值。比如:以 $\psi!\ \hat{z}$ 为直谓函项“( )是人”,以 $\Phi\hat{z}$ 为非直谓函项“所有( )是人”,那么,需穷尽了满足直谓函项“( )是人”的分子并构成“人类”的“满类”,我们才能说它与“所有人”这一集合等值。这一关于“满类”的假定,牟宗三称为“满类公理甲”:

依据范畴与种类之导引,吾人必有一满类之要求。

此要求而证实,即曰满类之得满证。于不得满证时,满类之“有”为假定为公理。已得满证时,满类之“有”非假定非公理。依此,满类公理或为临时,或为永久,但视其是否得满证④。

所谓“范畴与种类”,涉及牟宗三在类的意义上所划分的认识三阶段:

(1)范畴:作为知识之条件的范畴有普遍性的要求,但这一要求只是范畴上的设准,没有获得证实,所以范畴所要求的命题是所谓“假然普通命题”,这种思想无疑来自于康德;

(2)种类:范畴在现实中经由归纳而形成知识,在归纳历程中形成暂时性的“事类”,事类看似由全称命题表示(如“所有人”形成“人类”),但终为偏称,此即“概然种类命题”,“概然公理”由此而出;

(3)满类:范畴之理想性要求归纳进程的完全实现,若真能实现,便得满类之满证,形成“定然全称命题”,但依概然公理,现实中必不能完全实现,所以需要满类公理的假定⑤。

另外,“或为临时,或为永久”为一整全的说法,若在概然公理所揭示的现实中,“不得满证”为常态,满证公理甲也倾向于永久。实际上,牟宗三还将相乘公理改造为“满类公理乙”,但依然不能承认“无穷公理”,这就不是本文要讨论的内容了。

结语

在牟宗三学思进程中,对《数学原理》的消化具有不容忽视的意义,而三大存在公理又是其中的关键一环。正是通过与存在公理的艰苦“奋战”,牟宗三才意识到《数学原理》系统的实在论立场,见出其局限性而下决心予以扭转,从而建立起他独具特色的逻辑哲学。当然,本文着重讨论的还原公理,虽是存在公理之起点而尤其重要,但不能代表牟宗三这一步工作的全体内容,还需延伸至无穷公理、相乘公理乃至牟宗三“纯理数学观”的建立。自王兴国以“逻辑思辨”作为牟宗三哲学的起点,并对相关内容作了筚路蓝缕式的引介之后⑥,目前学界对牟宗三的逻辑哲学已有越

①牟宗三:《牟宗三先生全集(第 19 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 592 页。
②牟宗三:《牟宗三先生全集(第 19 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 589 页。
③牟宗三:《牟宗三先生全集(第 19 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 589 页。
④牟宗三:《牟宗三先生全集(第 19 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 592 页。
⑤牟宗三:《牟宗三先生全集(第 19 册)》,联经出版事业公司 2003 年版,第 545 页。
⑥王兴国:《牟宗三哲学思想研究——从逻辑思辨到哲学架构》,人民出版社 2007 年版。

来越多的讨论,但并未深入其背后的数学观基础,即便有所触及,也难以顺着牟宗三在符号演算上“坚实的工作”,透彻地了解其意,这势必会造成很大程度的遗漏与误读①。所以,牟宗三数学哲学与逻辑哲学研究,依然任重而道远。

牟宗三的还原公理批判不仅对他个人的学思进程有重要作用,对《数学原理》,也无疑是一种独树一帜的解读。虽然本文讨论的基于还原公理的分支类型论在当前的数学研究中,并没有公理集合论和其他数学理论那么有优势,但依然具有深刻的理论意义:它与一种新的数学基础分支——范畴论有紧密联系;可以帮助我们揭示摹状词理论在本体论上的后果;它也构成了理解维特根斯坦早期哲学的一条线索等②。而牟宗三在《数学原理》批判中建立起的纯理数学观和逻辑哲学,从结果上看,可谓一种对“逻辑主义”的证成:一方面,牟宗三对三大存在公理的批判,在很大程度上基于他对集合论概括原则的贯彻,这是一步将数学建立于集合论的工作,也是对历史上的逻辑主义学派的推进,这在牟宗三对相乘公理的讨论中体现得最为直接;另一方面,牟宗三以“纯理自己”看待逻辑,那么一切思维、知识都需以逻辑为基础,数学亦然,这一逻辑观或许可以成立一种“弱逻辑主义”:它不必断言一切数学命题都可被逻辑证明,从而有希望避开“哥德尔不完全性定理”对逻辑主义的毁灭性打击。然而,牟宗三的相关思想并没有获得相应于其理论深度的重视,若能充分挖掘,必将为当前的数学哲学和逻辑哲学讨论注入新鲜血液。

Mou Zongsan's Interpretation and Criticism Towards the Axiom of Reducibility

JIANG Hao

(School of Philosophy, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: In his early years, Mou Zongsan put a lot of effort into studying *Principia Mathematica*, and realized that the three axioms of existence are closely connected and run through the entire *Principia Mathematica* system. They led *Principia Mathematica* to a realistic standpoint and established it on assumptions, which made the foundation of mathematics and logic unstable. Among them, the axiom of reducibility is the most fundamental part. Mou Zongsan judged the axiom of reducibility as a kind of realistic thought, and criticized that *Principia Mathematica* fell into an entanglement between logic and knowledge. Based on such point of view, in one aspect, Mou Zongsan proposed a kind of standpoint named *Luoji Yixian* (the development line of logic-itself), which eliminates the assumption of the axiom of reducibility; in the other aspect, he unraveled the entanglement between logic and knowledge and placed them in parallel lines, thus, in the epistemological sense, the so-called *Manlei Gongli* (the axiom of proving full class) could be transformed from the axiom of reducibility.

Key words: Mou Zongsan; *Principia Mathematica*; the axiom of reducibility; philosophy of logic; logicism

(责任校对　徐宁)

①比如,姜丰认为牟宗三的逻辑哲学建立在某种预设上,并不像后者说的那么稳固。这种印象或许是非常普遍的。但牟宗三逻辑哲学的建立实乃有所指而发,并且具有相当的符号演算的依据。张晚林认为牟宗三数学观重“体”而轻“用”,虽在一定程度上反映了牟宗三数学观的倾向性,但牟宗三对数学之“用”也有相当多的考虑。刘盈成认为牟宗三数学观在认识论上可能存在不足,这也应该是局限于《逻辑典范》而得出的结论。参见姜丰:《牟宗三逻辑思想研究》,黑龙江大学博士论文,2020 年;张晚林:《牟宗三的数学哲学述评》,自然辩证法研究》2009 年第 8 期;刘盈成:《牟宗三先生〈逻辑典范〉对于罗素的批评》,《政治大学哲学学报》(中国台湾),2016 年总第 35 期。

②黄敏:《分析哲学导论(增订版)》,商务印书馆 2021 年版,第 223 页。