

doi:10.13582/j.cnki.1672-7835.2024.04.005

公理化真理论的标准辨析

刘大为

(湖南师范大学 公共管理学院,湖南 长沙 410081)

摘要:公理化真理论把“真”看作一个原始谓词,并用一组公理和规则来规定它。为了评价不同的公理化真理论,逻辑学家莱特格布提出了真理论的八个标准,得到许多哲学家的认同。通过详细分析这八个标准的解释和意义可以看到,这些标准既不是必然的,也无法同时被满足,存在着不足之处。依据公理化真理论的指导思想和紧缩真理论的承诺,可尝试从后承视角提出新的标准,即公理化真理论的形式真定理不应削弱哲学直观,且应充分证明哲学上合理的真原则。该新标准有着较好的简洁性与解释力,可以评价不同的公理化真理论,而且 KF-CONS 系统更符合该标准。

关键词:公理化真理论;真标准;紧缩真理论;真原则;后承

中图分类号:B81 **文献标志码:**A **文章编号:**1672-7835(2024)04-0033-08

真理论是逻辑哲学的重要分支,其研究进路和方法先后有实质真理论、语义真理论、公理化真理论等。公理化真理论把“真”看作一个原始谓词,并用一组公理和规则给出真概念的意义。主流的公理化真理论基于一阶算术 PA 系统,真谓词作用在语句上。由于公理化真理论的公理和规则是为了刻画真概念的性质,一些明显和直观的真原则应该作为它的公理,比如 T-模式和组合真。但是,因为说谎者悖论的存在,可能导致不一致的系统,所以一些真原则和真标准不能够不受限制地全部满足。那么,进一步研究这些真标准的性质和限度,以及探讨这些标准的相容组合,能够加深对真概念和真原则的理解。

逻辑学家莱特格布(Leitgeb)提出了形式真理论的八个标准,得到了许多哲学家的认同。这些标准虽然有助于刻画公理化真理论是如何形式化的,但背后也具有哲学上的动机和假设^①。本文以莱特格布的工作为基础,详细分析了其标准的哲学内涵和意义,考察它们在各个具体的公理

化真理论中的适用情况,进一步分析相容标准组合的性质,比较各自的优缺点。一般认为,作为一种规范性的标准,应该具有简洁性、直观性和普适性,而过于复杂的规范性标准将难以达成共识。那么,根据公理化真理论的指导思想和紧缩真理论的承诺,本文尝试从后承视角出发,提出新的补充标准,即公理化真理论的导出后承不应削弱预期的哲学直观,而且应充分证明哲学上合理的真原则。该标准对评价不同的公理化真理论有着较好的解释力,而 KF-CONS 系统最符合提出的新标准,是一个句法上性质良好的真理论。

一 真理论的八个标准

莱特格布提出的八个公理化真理论的标准,试图为公理化真理论提出一种规范的评价准则,具有重要的意义和价值。许多哲学家对此进行了深入讨论,并给予了肯定^②,对这八个标准的详细解释和分析如下^③:

(1)真应该由一个谓词来表达(并且一个句

收稿日期:2024-01-28

基金项目:国家社会科学基金后期资助项目(20FZX014)

作者简介:刘大为(1980—),男,湖南长沙人,博士,副教授,主要从事现代逻辑与逻辑哲学研究。

①Leitgeb H. "What Theories of Truth Should Be Like (but Cannot Be)", *Philosophy Compass*, 2007, 2(2): 276-290.

②参见 Feferman S. "Axioms for Determinateness and Truth", *Review of Symbolic Logic*, 2008, 1(2); Halbach V. *Axiomatic Theories of Truth*. Cambridge: Cambridge University Press, 2014; Achourioti T. et al. (eds). *Unifying the Philosophy of Truth*. Dordrecht: Springer, 2015.

③Leitgeb H. "What Theories of Truth Should Be Like (but Cannot Be)", *Philosophy Compass*, 2007, 2(2): 277-283.

法理论应该是可用的)。在公理化真理论中,用真谓词符号 T 来表达真概念,而相对应的句法基础理论是一阶算术 PA 系统,也存在一种替代的方案,即把真概念用语句算子来表达。作为算子的真概念,其地位类似于模态逻辑中的必然和可能算子,但对一些较为复杂的语句,真作为语句算子就会导致一些问题。比如,“爱因斯坦关于相对论说的每句话都是真的”,这时在标准的一阶语言中无法用语句算子的真来表达,而使用谓词符号的真概念则可以避免这些问题^①。另一个问题是,真谓词是作用于语句,还是命题(proposition)或者言论(utterance)。由于命题或言论的哲学状态和地位更为含混,因此出于简洁、清楚的考虑,选择语句作为真谓词作用的对象更合适。

(2) 如果一个真理论被添加到数学或经验理论中,它应该可能证明后者的真。当应用公理化真理论到一阶算术 PA 系统上,如果不能证明算术定理 $1+1=2$ 、加法交换律等为真,这样的真理论是不完全和有缺陷的。反过来,假设真理论证明算术定理 $1+1=2$ 不真,这时真理论可被视作是虚假的。此外,莱特格布还认为,一个合适的真理论不仅应该证明基础理论的每个的定理为真,还要证明更一般的陈述,即基础理论的所有定理都为真,该表达式被称为反映原则(reflection principle)^②。

但是,如果严格按照莱特格布的证明反映原则的要求,会导致一个不良的后果,即与紧缩真理论的保守性承诺相冲突。虽然莱特格布也认识到了这一点,但他回避了该问题,没有做出回应。我们进一步分析,紧缩真理论要求真理论应该对基础理论保守,即真理论不能证明更多的不包含真谓词的定理^③。而证明反映原则后,很容易证明 PA 系统是一致的。根据哥德尔不完全性定理, PA 系统无法证明自身的一致性,所以该公理化真理论是不保守的。因此,要求真理论证明基础理论的所有定理都为真,与紧缩论的保守性承诺相违背,两者并不可兼得。

(3) 真谓词不应该受制于任何类型限制。一

般而言,如果接受 $1=1$ 为真,那么也应该接受 $T(1=1)$ 为真,进一步可以接受更多真谓词的迭代定理(如 $T(T(1=1))$)也为真。在语义中,可以给真谓词加下标来表达,如 $T_0(1=1), T_1(T_0(1=1)) \dots$ 等等,但这么做并没有直接的必要原因。事实上,是由于悖论的出现,才导致塔斯基要求在形式语言中区分对象语言和元语言,给真谓词加下标便是这一思想的进一步体现,这种真理论被称为类型真理论^④。但如果不考虑悖论的威胁,从自然语言的角度来理解,有着充足的理由使用更简洁的无类型的真谓词,即允许真谓词自身的迭代,如接受 $T(T(1=1))$ 为真。正如克里普克所指出,在日常语言中存在很多真谓词应用的情况,并不能确定应该使用哪个层级的类型真概念。因此,人们倾向于使用更符合直观的真谓词。

(4) T -双条件句应该不受限制地可推导出。具有形式“ $T(\varphi)$ 当且仅当 φ ”的语句就称之为 T -双条件句。例如经典的例子“‘雪是白的’为真,当且仅当雪是白的”。塔斯基最早注意到 T -模式方法论的重要性。他的思想是试图定义真,并且考察该定义的语义充足性。事实上,由真定义推导出 T -双条件句,保证了真定义指派正确的外延给真概念,应该是一个好的真定义的必要条件。一些紧缩论者甚至认为 T -双条件句完全支配了真概念, T -双条件句作为真公理是自足的。 T -双条件句的简单性质可用来保证真谓词的功能,就类似于逻辑装置^⑤。

但是,根据塔斯基的不可定义性定理,一个有足够表达力的形式语言不可能包含它自身的真定义,否则会导致不一致的系统。因此,一致的形式系统并不能接受该语言所有不加限制的 T -双条件句,看似自然和符合直观的 T -双条件句不能够都是正确的。在公理化真理论中,为了使得系统是一致的,需要对 T -双条件句做出限制。

(5) 真应该是组合的。如果一个复杂语句由其他的简单语句组成,那么该复杂语句的真值应该由构成它的简单语句的真值以及构成方式唯一决定,这就是所谓的组合性。对真、指称和意义等

①Horsten L. *The Tarskian Turn: Deflationism and Axiomatic Truth*. Cambridge: MIT Press, 2011, pp.63-64.

②Ciesliński C. *The Epistemic Lightness of Truth: Deflationism and its Logic*. Cambridge: Cambridge University Press, 2017, pp.20-21.

③孙新会,李娜:《紧缩论和公理化真理论的匹配性问题研究》,《湖南科技大学学报(社会科学版)》2018年第2期。

④Halbach V. *Axiomatic Theories of Truth*. Cambridge: Cambridge University Press, 2014, p.51.

⑤Horsten L. *The Tarskian Turn: Deflationism and Axiomatic Truth*. Cambridge: MIT Press, 2011, pp.64-65.

组合性原则属于语义的基本原则,真概念的组合性能够给出一些事实的良好解释。组合性不但体现了真概念的本质属性,同时也体现了逻辑联结词的属性。比如,一个合取命题为真,当且仅当两个合取支都为真。

值得注意的是,在公理化真理论中,组合真一般要强于 T-模式,也就是说在具体的系统中,由组合真公理可以推导出 T-模式公理。例如,在类型真理论中,去引号真理论 TB 系统是组合真理论 TC 系统的子理论;在无类型真理论中,正真的去引号真理论 PUTB 系统也是正真的组合真理论 KF 系统的子理论^①。

(6) 真理论应该允许标准解释。不确定语句的语言表达式的解释,而谈论语句的真值是没有意义的。一般而言,当使用一个语句时自然地给它指派了一个意图的解释。例如,形式算术的语句“ $\forall x \forall y (x+y=y+x)$ ”的解释为: x 和 y 的论域指任意的自然数, $+$ 表达自然数的加法函数, $=$ 表达自然数的相等关系。一阶算术中存在所谓的 ω -不一致,直观上看,这样的理论应是不一致的,但根据紧致性定理,这样的理论事实上是一致的。原因在于如果将算术理论解释为标准的自然数,那么理论是不一致的,但如果允许有非标准解释,则是一致的。

在公理化真理论中,真谓词也可以视作表达了语句的一种性质。真理论不应该排除语句的标准解释,否则对于那些本来意图指称的对象,真理论就无法按照其原意去谈论它们,这改变了算术本体论。所以,真理论不仅仅要满足一致性的基本要求,还应该不改变意图的本体论承诺。

(7) 外逻辑和内逻辑应该相符 (coincide)。所谓外逻辑是指不在真谓词 T 的应用范围内的逻辑,内逻辑则是指在真谓词 T 的应用范围内的逻辑。比如,如果在某个一致的真理理论中,能同时证明语句 $\varphi \vee \neg \varphi$ 和 $\neg T(\varphi \vee \neg \varphi)$,前者是经典的排中律的实例,后者则在真谓词的范围内否定了排中律的实例。因此该真理理论的外逻辑是经典的,而内逻辑则是非经典。内、外逻辑不相符 (not coincide) 导致一个问题,当断言一个语句为真的时候,会同时改变那些规定该语句理解的逻辑。因

此应该避免外逻辑和内逻辑的差异。注意到该标准与前面的(2)有部分重合,(2)要求真理论应该证明数学或经验基础理论的真,那么也包括基础理论的所有逻辑真。此外由(4)也可以推导出该标准,因为不受限制的 T-双条件句能用来导入外逻辑的规则到内逻辑当中^②。

外逻辑和内逻辑差异还存在更极端的例子。比如 KF 系统的变体 KF-CONS+COMP 系统,可以证明定理 $T(\neg \lambda \wedge \lambda)$,其中 λ 为说谎者语句。由于证明出了矛盾为真, KF-CONS+COMP 的内逻辑不但是非经典的,而且直接是不一致的 (inconsistent)。但是 KF-CONS+COMP 的外逻辑却仍然是经典的,并没有矛盾,比如有定理 $\neg(\neg \lambda \wedge \lambda)$ 。可见内逻辑的不一致不一定会导致整个系统的不一致,但此时的外逻辑和内逻辑直接产生了冲突。

(8) 外逻辑应该是经典的。如果一个理论的逻辑公理和规则被修改的话,那就没有什么理论可以被认为是不变的,因为逻辑是最基础的部分,所有理论都会受到逻辑修改的影响。根据理论改变的整体解释,科学理论的任何部分都可以修改,只要这种修改能提高该理论的总体适当性。但是,这并不意味着为了构建或者改进某个真理论,可以轻易地修改它的逻辑公理和规则。一阶逻辑是所有逻辑系统中最首要的选择,在数学、自然科学和哲学论证中,经典的二值逻辑都是预设的,因此对它的任何改变都应该很谨慎。假设有两个真理论在形式上和哲学上同样有效,其中一个真理论将经典逻辑与真公理相结合,而另一个真理论放弃了经典逻辑,需要使用更复杂的方式来体现其真公理。在这种情况下,第一个真理论更为可取,因为与改变对逻辑的标准理解相比,改变真概念语义原则的代价要小得多。

二 真标准组合的分析

通过上述关于公理化真理论八条标准的详细分析,可以看到这八条标准并不互相独立,而且也不能说是完备的。因此莱特格布的标准并没有涵盖公理化真理论全部良好性质的要求。不仅如此,这八条标准在一个具体的公理化真理论中甚

^①Halbach V. *Axiomatic Theories of Truth*. Cambridge: Cambridge University Press, 2014, p.263.

^②Leitgeb H. "What Theories of Truth Should Be Like (but Cannot Be)", *Philosophy Compass*, 2007, 2(2): 282.

至也不能全部实现,所以已有的公理化真理论就存在不足之处。事实上,现有的公理化真理论从哲学角度来看,有些类似于模态逻辑的多个系统,或多或少都存在某些不足之处。当我们把许多符合直观的真原则公理化以后,公理化真理论可以用严格的形式化方法进行推演,并深刻揭示这些真公理和真规则的具体逻辑推论及其性质,进而证明哪些真原则的组合事实上是互不兼容,不可取的。由于这八个标准不能够同时满足,因此下面我们主流的公理化真理论为例,分析上述八个标准进行相容组合后的性质。

公理化真理论可分为类型真理论和无类型真理论两类,前者的公理不能证明相同真谓词的迭代,后者的公理则可以证明相同真谓词的迭代。类型真理论主要有去引号真理论 TB,经典组合真理论 TC,正真(positive truth)的组合真理论 PT^①,阶层真理论 RT_α等。无类型真理论主要有弗里德曼-希尔德理论(FS)^②,克里普克-费弗曼理论(KF)^③,部分逻辑的克里普克-费弗曼理论(PKF)^④,确定性真理论 DT^⑤,正真的去引号真理论 PUTB 等^⑥。

对于标准(1),上述公理化真理论都满足,在各个系统中真概念由真谓词符号 T 来表达,一阶算术 PA 系统是句法理论且作为基础理论。标准(2)如果不考虑证明基础理论的反映原则,而只考虑能证明单个定理的真,公理化真理论也都满足。但是如果证明完全的反映原则,则需要比 TB 系统更强的公理化真理论。继续分析(3),正是这条标准将公理化真理论分为了类型真理论和无类型真理论。如果考虑无类型真理论,那么同时接受标准(1)+(2)+(3),再加上(4)+(8)。应用对角线引理可得到形式化的说谎者语句,(4)允许不受限制的 T-双条件句,(8)则保证外逻辑是经典的,那么可通过推演,得出不一致的说谎者悖论。因此(1)+(2)+(3)+(4)+(8)是不一致

的,更不用说八条标准同时满足了^⑦。

如果放弃(3),即将真概念限制在类型真理论上,禁止真的迭代,那么前述的 TB 系统、TC 系统、PT 系统和 RT_α 系统等就是具有该性质的真理论。TB 以算术语言中所有的 T-双条件句作为公理,反映了去引号直觉;TC 和 PT 的真谓词也只作用于算术语言,但有组合真公理能证明 TB 的所有 T-双条件句;RT_α 是在 TC 的基础上给真谓词加下标,高层级的真谓词能作用于低层级的真谓词。由于上述系统都不允许真谓词自身的迭代,所以可以排除说谎者悖论导致的不一致问题。它们背后的哲学动机都体现了塔斯基的思想,即真概念是为对象语言定义的,而定义本身在元语言中完成。但是,像 TB、TC 和 PT 系统这样的类型真理论无法证明简单和符合直观的迭代真定理,如语句 T(T(1=1))。而 RT_α 系统虽然可以证明具有不同层级真谓词迭代的定理,如语句 T₁(T₀(1=1)),但仍然无法证明 T₀(T₀(1=1))。因此,正如克里普克所主张,选择放弃(3),既非必要也不符合常识,真概念应该是没有类型限制的^⑧。如果选择无类型真理论,允许相同真谓词的迭代,即接受(1)+(2)+(3),那么一个可行的办法是考虑能够被满足的标准的相容组合。

KF 系统通常被认为是强克林方案下克里普克真理论的公理化,其标准模型是克里普克的固定点语义。使用固定点的构造可以定义包含真谓词语言的真外延。KF 的内逻辑为强克林逻辑,外逻辑为经典逻辑,所以它放弃了标准(7)。真概念的构造在二值的经典语言中,但真概念作用的语句却可以是三值赋值,比如说谎者语句 λ 既不真也不假。DT 系统的内逻辑则为弱克林逻辑的变种,外逻辑为经典逻辑,也放弃了标准(7)^⑨。KF 和 DT 系统都具有正真的组合公理和迭代真公理,以及一些相似的真性质,比如两者都有关于说谎者语句的定理 $\neg T(\lambda \vee \neg \lambda)$ 和 $\lambda \vee \neg \lambda$ 。这表明

①Lelyk M, Weislo B. "Models of Positive Truth", *Review of Symbolic Logic*, 2019, 12(1): 144-172.

②Friedman H, Sheard M. "An Axiomatic Approach to Self-Referential Truth", *Annals of Pure and Applied Logic*, 1987, 33(1): 1-21.

③Feferman S. "Reflecting on Incompleteness", *Journal of Symbolic Logic*, 1991, 56(1): 1-49.

④Halbach V, Horsten L. "Axiomatizing Kripke's Theory of Truth", *Journal of Symbolic Logic*, 2006, 71(2): 677-712.

⑤Feferman S. "Axioms for Determinateness and Truth", *Review of Symbolic Logic*, 2008, 1(2): 204-217.

⑥Halbach V. "Reducing Compositional to Disquotational Truth", *Review of Symbolic Logic*, 2009, 2(4): 786-798.

⑦Leitgeb H. "What Theories of Truth Should Be Like (but Cannot Be)", *Philosophy Compass*, 2007, 2(2): 284.

⑧Halbach V. *Axiomatic Theories of Truth*. Cambridge: Cambridge University Press, 2014, p.132.

⑨Fujimoto K. "Relative Truth Definability of Axiomatic Truth Theories", *Bulletin of Symbolic Logic*, 2010, 16(3): 305-344.

排中律在外逻辑中成立,在内逻辑中却不成立。KF 和 DT 还直接证明说谎者语句,即使给它们加上对称规则 NEC 和 CONEC^①,也将导致不一致的系统。这表明两者内、外逻辑的差异是本质上的,因此它们在哲学上的健全性(soundness)受到了质疑。但是,KF 和 DT 系统的真概念具有标准的算术解释,能证明所有的算术定理都为真。因此,KF 和 DT 系统满足的标准组合为(1)+(2)+(3)+(5)+(6)+(8)。

FS 系统没有算术的标准解释,它放弃了标准(6)。FS 具有完全的组合真原则,对每一个联结词和量词都有真公理表述组合性。由于有真规则 NEC 和 CONEC,FS 的外逻辑和内逻辑相符,都为经典的二值逻辑。FS 证明的 PA 算术定理都是真的,还能证明一致性公理和完全性公理为定理,可同时排除真值间隙(truth-value gap)和真值重叠(truth-value glut)。通过应用 FS 的真规则,FS 系统可以证明各类迭代真定理,如 $T(T(1=1))$ 和 $T(\neg T(1=2))$ 。FS 子系统的模型与修正语义真理论有着很密切的关系,借助修正语义的构造,可以证明 FS 系统是一致的,不会推出任何假的算术语句^②。但 FS 系统的问题在于没有标准算术的模型,所以是 ω -不一致的,其在哲学上的健全性也受到质疑。因此 FS 系统满足标准组合(1)+(2)+(3)+(5)+(7)+(8)。

PUTB 系统是正真的去引号理论,为了避免不一致的系统,它对包含真谓词的 T-双条件句进行了限制。公理模式由正真的 T-模式构成,即允许真谓词的迭代,但禁止 T-双条件句中的真谓词出现在奇数个否定词的范围内。由于 PUTB 系统是 KF 系统的子理论,因此也有算术的标准解释。PUTB 不会证明具有否定真性质的说谎者语句,在真理论上应该也是健全的。PUTB 的外逻辑是经典逻辑,但与 KF 不同,PUTB 可以在规则 NEC 和 CONEC 下封闭。因此 PUTB 的内、外逻辑可以被设为相符,都为经典逻辑,而且也是对称的。虽然 PUTB 系统能定义 KF 系统的真谓词,但仍然无法直接证明 KF 的组合真原则^③。所以 PUTB 只是无类型的去引号真理论,不是一个组合真理

论,它放弃了标准(5)。PUTB 可以证明迭代真语句 $T(T(1=1))$,但无法证明否定真性质的语句,比如 $T(\neg T(1=2))$ 。因此 PUTB 系统满足标准组合(1)+(2)+(3)+(6)+(7)+(8)。

与 KF 系统相比,PKF 系统可以看作是在部分逻辑中对克里普克真理论更直接的公理化,是很自然的一个理论。但 PKF 不仅彻底放弃了经典逻辑,而且不要求不受限制的 T-双条件句,因此放弃了标准(4)和(8)。PKF 的内逻辑和外逻辑相符,都为强克林逻辑,因此也能在 NEC 和 CONEC 规则下封闭^④。PKF 的组合真公理是通过矢列演算给出的,其组合真公理能够证明算术语言中的 T-双条件句。PKF 允许算术的标准解释,那么在真理论上是健全的。由于 PKF 放弃了二值经典逻辑,所以无法证明排中律等真原则,其刻画的真概念不完全。因此 PKF 系统满足标准组合(1)+(2)+(3)+(5)+(6)+(7)。

三 对真理论标准的反思

以前文为基础,我们继续分析八个标准的合理性,并指出其不足之处。标准(1)没有太多争议,公理化真理论以形式算术 PA 系统作为基础理论,然后扩充一个真谓词符号 T 和相应的真公理与真规则,都符合该标准。标准(2)看似比较合理,但如果要证明所有的算术语句都为真,需要证明 PA 系统的可靠性形式表达,即前述的反映原则,也就证明了一个新的算术语句。这时公理化真理论对基础理论 PA 来说,是不保守的,直接违反了紧缩真理论的保守性承诺,因此存在着争议。需要指出的是,如果在归纳公理中限制真谓词的出现,其他真公理保持不变,可得到 TC^- 、 FS^- 、 KF^- 等系统。这样并不会证明不保守的结论,同时可以证明每个单独的算术语句真。因此,如果站在紧缩论的立场上,将该标准弱化一下,只是证明每个单独的算术语句真,不失为一种折中的方案。我们讨论标准(3)时,不应过于强调取消类型限制,一个重要的例子是阶层真理论 $RT_{\leq \alpha}$,该理论也是类型真理论,有多个层级的真

①NEC 规则:如果 ϕ 是一个定理,那么可推出 $T(\phi)$ 为定理;CONEC 规则:如果 $T(\phi)$ 是一个定理,那么可推出 ϕ 为定理。

②Halbach V. *Axiomatic Theories of Truth*. Cambridge: Cambridge University Press, 2014, pp.156-159.

③Halbach V. "Reducing Compositional to Disquotational Truth", *Review of Symbolic Logic*, 2009, 2(4): 793-795.

④Halbach V, Horsten L. "Axiomatizing Kripke's Theory of Truth", *Journal of Symbolic Logic*, 2006, 71(2): 695-696.

谓词符号 T_{α} 。RT_{< α} 系统在区分不同公理化真理论的证明论强度时,有着不可替代的作用,利用它甚至还可以比较无类型的真理论。比如,我们得到 KF 系统的证明论强度等价于 RT_{< ϵ_0} ,FS 系统的证明论强度等价于 RT_{< ω} 。根据序数理论,RT_{< ϵ_0} 系统强于 RT_{< ω} 系统,最后可得到 KF 的证明论强度要强于 FS。

由塔斯基的不可定义性定理,得到标准(4)不可能完全满足,T-双条件句必须做出一些限制。标准(5)一般看来也比较合理,但一个问题在于,当归纳公理中允许有真谓词的出现,具有组合真公理的 TC 系统是不保守的,不具有组合真公理的 TB 系统却是保守的。因此,一些哲学家认为,除了归纳公理,组合真公理在导致不保守的结论时也起到了作用。如前所述,站在紧缩真理论的立场上,不保守的结论违反了它的主旨和承诺,因此是难以接受的。不仅如此,更有去引号论者直接认为 T-双条件句是真意义完全的,即完全解释了真概念,并不需要更强的组合真原则,选择去引号真理论 TB 和 PUTB 就足够了。但不管怎样,组合真原则要强于 T-双条件句,前者可以推导出后者,后者却无法直接推出前者^①。此外,T-双条件句无法证明“所有的语句形式 $p \rightarrow p$ 都是真的”这样的显然真概括定理,也无法得到排中律这样的真原则,但组合真原则却可以实现。由于紧缩真理论也认可真理论应该证明排中律这样的真概括原则,那么 TB 系统其实并不完全符合紧缩论的要求。因此,如果紧缩论者选择 TC⁻这样的弱化组合真理论,也不失为一种可行的方案^②。这些系统既可以证明重要的真概括原则,又对基础理论是保守的。

对于标准(6),从哲学上来说没有太多问题,但是从纯技术的角度来说,PA 系统的非标准模型已有比较成熟的研究,在数学上也有重要应用,不应完全忽视。此外作为该标准的反例 FS 系统,虽然因为没有标准解释而受到哲学家的质疑。但由于 FS 系统是算术健全的,不会证明任何假的算术语句,所以也具有合理性。标准(7)的不足之

处在于,真谓词应用的对象和真谓词所处的框架并不总是完全相符的,一些影响深远的真理论不符合该标准,比如克里普克的语义真理论及其公理化的版本 KF 系统。这些理论提出的本意就是希望在经典二值语言的框架中表述不完全的有真值间隙的真概念,因此内、外逻辑不相符在一些情形中也是可取的。虽然大部分公理化真理论都符合标准(8),但需要指出的是,后来出现了基于直觉主义逻辑的公理化真理论研究,取得了一些新的进展和成果,使得该标准也不再是绝对的^③。事实上,以直觉主义海廷算术取代皮亚诺算术作为新基础理论时,外逻辑不再是经典二值逻辑,排中律也不再普遍成立。但是却可以重新构造许多相对应的公理化真理论,这些公理化真理论同样具有良好的性质。

四 后承视角的新标准

由上述分析可见,公理化真理论的八个标准虽然具有较好的解释力和适用性,但都不是绝对的,也存在着局限性。仔细分析后可知,这八个标准其实大部分是从系统框架或真公理的前提视角来定义和考量的。但我们知道,将真理论公理化后的一个重要意义和作用就在于,可以将一些非常简单和符合直观的真原则作为公理,进一步推演出许多并不简单的真定理和真结论。公理化真理论提供了一个形式框架,在这个框架中可以对真概念的性质进行系统的推理,然后反过来可以更加深入地认识作为前提的真原则,并评价这些真原则和真理论^④。这个逻辑推导和揭示的过程,是难以用语义等其他方法实现的,这也是弗里德曼和希尔德最初在研究公理化方法时的一个主要哲学指导思想和哲学动机。此外,对紧缩真理论的一个核心要求和承诺就在于,紧缩论应该能够证明一些重要的真概括原则,以完成真概念作为去引号装置,表达概括的基本功能。比如紧缩论应该证明“所有的逻辑形式 $p \rightarrow p$ 都是真的”这样的定理^⑤。而作为一种规范性的标准,应该具有简洁性、直观性和普适性,不应过于复杂,其特

①Horsten L, Leigh G. "Truth is Simple", *Mind*, 2017, 126(501): 200-201.

②Field H. "Deflating the Conservativeness Argument", *The Journal of Philosophy*, 1999, 96(10): 533-540.

③李娜,李晟:《公理化真理论研究新进展》,《哲学动态》2014年第9期。

④Feferman S. *Axiomatizing truth, why and how*, <https://math.stanford.edu/~feferman/papers/AxTruthSchwiFest.pdf>.

⑤Armour-Garb B. et al. *Deflationism about Truth*, <https://plato.stanford.edu/entries/truth-deflationary>.

设性也不能太强,否则难以达成共识。真标准还应具有实用价值,可以合理地评价和比较不同的公理化真理论,具备良好的解释力和可操作性。

基于此,我们从后承视角提出新的公理化真理论标准,即公理化真理论的句法导出后承在哲学上应该健全(sound)和充分:(a)不应削弱预期的哲学直观;(b)应充分地证明符合直观的真原则。利用标准(b),我们还可以从量化的角度来比较和评价不同的公理化真理论。而且也只有通过后承性质的深入揭示,才能更加全面地考量一个公理化真理论。后承视角的新标准也可以体现紧缩真理论的重要思想,考察一个公理化真理论推导出的真原则是否能够充分满足紧缩论的哲学要求。反过来,作为违反新标准(a)的极端情况,一个公理化真理论推导出矛盾的定理,是不一致的,这显然是不可接受的。比如,前文中阐述的以完全的T-双条件句作为真公理的系统,可推导出不一致,在哲学上很不健全。

我们根据该新标准来逐一比较和评价各个公理化真理论。首先看类型真理论,TB、TC、PT和 $RT_{\zeta\alpha}$ 系统都符合标准(a)。不仅如此,从后承角度可以得出组合真原则要强于去引号的T-模式。虽然TB不证明哲学上不健全的真定理,但它也无法证明一些哲学上健全和符合直观的真原则,比如排中律,而TC、PT和 $RT_{\zeta\alpha}$ 却可以做到。此外,TC、PT和 $RT_{\zeta\alpha}$ 比TB证明更多的那些真定理,在哲学上也都非常健全。所以根据标准(b),TC、PT和 $RT_{\zeta\alpha}$ 系统要优于TB系统。但是,类型真理论都无法证明迭代真定理,比如 $T(T(1=1))$,这些真迭代很符合直观,尤其在自然语言当中更是常见。因此在这个意义上无类型真理论比类型真理论更符合标准(b),这与许多哲学家对类型真理论的批评相一致。

无类型真理论可以证明迭代真定理,这一点要优于类型真理论,但是也存在一些不足。FS系统部分符合标准(a),主要因为FS被证明是 ω -不一致的,该形式定理导致没有算术的标准模型,因此受到了哲学家的质疑。但另一方面,因为FS不但是是一致的,而且也是算术健全的,即不会推导出任何假的算术命题,而且它的其他真定理在哲学

上并没有问题,比如组合性和对称性。KF和DT系统部分符合标准(a),因为两者可以证明说谎者语句 $\lambda \wedge \neg T(\lambda)$ 。这时候 λ 在模型中可解释为真, $\neg T(\lambda)$ 则表达 λ 在语形中不真,两种真概念产生了冲突^①,因此在哲学上可被视作不太健全,这也是许多哲学家批评KF的主要原因。由后承角度可知,PUTB系统是KF的子理论,而且PUTB能够定义KF的真谓词和组合原则。PUTB不会证明任何与说谎者悖论相关的语句,其真定理在哲学上非常健全,因此PUTB完全符合标准(a)。但是PUTB并不能直接证明组合真原则,也无法证明排中律,因此没有充分满足标准(b)。PKF系统创建的动机和目的,可以说正是为了符合标准(a)的思想,即如何修正KF系统,使得它的不良哲学后承(如说谎者语句)能够完全避免。虽然PKF是在部分逻辑中构建的,但它达成了最初的目的,不证明任何不健全的真定理,满足标准(a)。但PKF由于完全采用了部分逻辑,无法证明排中律这样的一般真原则,因此也没有充分满足标准(b)。

由分析可知,上述的公理化真理论都没有完全符合我们的两个新标准。但是下面我们将指出,如果考虑KF系统的变体KF-CONS,那么它可以更好地满足新标准。KF-CONS系统是在KF系统的基础上去掉了一致性公理CONS,那么,它不再证明说谎者语句为定理。因此与KF相比,其真后承在哲学上都是健全的,克服了KF的缺陷,可以说完全满足标准(a)。不仅如此,KF-CONS能够充分证明符合直观的真原则,比如组合真原则和排中律等真概括,而且KF-CONS还足以证明PUTB的T-双条件句。由于KF-CONS也是无类型真理论,同样可以证明许多迭代真定理,比如 $T(\neg T(1=2))$ 等。因此,KF-CONS能很好地同时满足标准(b)。值得注意的是,作为最为符合我们新标准的KF-CONS系统也得到一些哲学家的认可,比如哈尔巴赫(Halbach)就建议去掉一致性公理,单独研究KF-CONS系统的性质,并得出一些新结论^②。虽然KF-CONS的语义模型没有排除真值间隙和真值重叠,但它的形式定理不会出现内逻辑不一致的情况,所以从句法后承角度来

①刘大为:《公理化真与说谎者悖论》,《哲学研究》2018年第5期。

②Halbach V. *Axiomatic Theories of Truth*. Cambridge: Cambridge University Press, 2014, pp.183-187.

说没有问题。而且 KF-CONS 的证明论强度也等价于 KF, 是一个较强的公理化真理论。

结语

莱特格布的八个真理论标准虽然具有较好的解释力, 但不能涵盖公理化真理论的所有良好性质, 因此存在不足之处。我们从后承视角提出了新标准, 要求公理化真理论导出的真定理在哲学上应该健全, 不应削弱预期的哲学直观, 而且应充分证明符合直观的真原则。后承视角可以反过来进一步揭示出真概念的内在属性, 加深我们对

真原则本质的认识, 进而体现公理化方法的优越性。目前而言, 我们认为变体 KF-CONS 系统能更好地符合新标准, 因此在句法上是一个性质良好的公理化真理论。新标准对已有公理化真理论做出的评价, 与目前较为主流的观点基本一致, 具有良好的解释力和简洁性, 尤其与紧缩真理论的主旨和承诺相符, 能实现真概念表达概括的功能, 在哲学上得到较好的支持。新标准能刻画将真理论进行公理化的哲学动机, 体现公理化方法的指导思想, 而且还具备评价新公理化真理论的能力, 是一个具有较大价值和意义的可行性新标准。

On Criteria for Axiomatic Theories of Truth

LIU Dawei

(Department of Philosophy, Hunan Normal University, Changsha 410081, China)

Abstract: Axiomatic theories of truth regard truth as a primitive predicate, and govern truth by axioms and rules. In order to evaluate different axiomatic theories of truth, Leitgeb, the logician, proposes eight criteria of truth theories, which were recognized by many philosophers. By analyzing the interpretation and meaning of these eight criteria, we can see that these criteria are neither necessary nor can they be all satisfied, so there are some shortcomings. Inspired by the guiding ideology of axiomatic theories of truth and the commitment of deflationism, we propose the new criteria from the perspective of the consequence. That is, the derived truth theorems of axiomatic theories of truth should be sound philosophically, and should fully prove the philosophically reasonable truth principles. The new criteria have good explanatory power, and the KF-CONS system can better meet the criteria.

Key words: axiomatic theory of truth; truth criterion; deflationism; truth principle; consequence

(责任校对 曾小明)